4

Physicalisch-mathematische Abhandlung über das Ausmessen der Wärme in Rücksicht und Anwendung auf das Höhenmessen vermittelst des Barometers

von

Johann Tobias Mayer

Hofrath und Prof. der Mathematik und Naturlehre zu Erlangen.

Frankfurt und Leipzig,

bey Georg Peter Monath. 1786.

Vorerinnerung.

Gegenwärtige Abhandlung war bereits um Ostern in Manuscripte fertig, und hätte in der Ostermesse selbst erscheinen können, wenn nicht die Veränderung meines bisherigen Aufenthalts, und die damit verbundenen Geschäfte, den Druck derselben unterbrochen, und ihn bis zu gegenwärtiger Michaelismesse verzögert hätte. — Ich hoffe indessen durch diese Abhandlung verschiedenes in

der Lehre vom Ausmessen der Wärme erläutert, und in wie ferne Thermometer dazu dienen können, in ein besseres Licht gesetzt, auch vielleicht durch deren Anwendung auf das Höhenmessen mit dem Barometer, welches gegenwärtig in manchen Schriften zum Ekel weitläufig behandelt wird, Liebhabern der Naturlehre in so fern einen Dienst erwiesen zu haben, daß man doch wenigstens die Theorie von manchen Verbesserungen des Höhenmessens besser kennen lerne, zumahl da manche Verbesserungen z. E. des Herrn de Luc, mehr aus wirklich gemessenen Höhen, verglichen mit denen nach der Mariottischen Regel berechneten, hergeleitet, als theoretisch dargethan sind. Auch wird aus den darüber angestellten Betrach-

Betrachtungen wohl erhellen, daß, so lange man keine nähere Kenntniß in Rücksicht der Vertheilung der verschiedenen einzelnen luftförmigen Stoffe in unserer Atmosphäre hat, schwerlich eine bessere Regel als die de Lucische gefunden werden mögte.

Was ich übrigens in gegenwärtiger Schrift vom Ausmessen der Wärme gesagt habe, betrift alles nur freye Wärme. Denn diese kann nur durch Thermometer gemessen und unter einander verglichen werden, und das zwar nur in gleichartigen Stoffen. (§. 125.) Ueber das Ausmessen der gebundenen oder spezifischen Wärme der Körper hat Crawford Untersuchungen angestellt, davon ich immer die Anwendungen so wie überhaupt die Theo-

rie für sehr sinnreich ansehe, an den Versuchen selbst aber, in wie fern sie zur würklichen Vergleichung der spezifischen Wärme der Körper dienen sollen, manches bedenklich finde, was ich einmahl bey einer andern Gelegenheit umständlicher zeigen werde, und zu der Absicht gegenwärtiger Schrift (§. 2.) geradezu nicht erforderlich fand.

Erlangen im August
1786.

Johann Tobias Mayer.

Ueber das Ausmessen der Wärme und deren Anwendung auf das Höhenmessen mit dem Barometer.

§. 1.

Bey den Vorschriften, Höhen vermittelst des Barometers zu messen, hat man sich bisher begnüget, die Wärme durch die ganze Luftsäule, in der man beobachtet, überall gleich groß anzunehmen, und folglich die von unten nach oben abnehmende Dichte der Luft, blos dem Drucke proportional zu setzen, welchen sie an jeder Stelle von der darüber stehenden Luft leidet.

Was Bernoulli, Bouguer, Lambert, de Luc und andere, daraus für Formeln zum Höhenmessen vermittelst des Barometers hergeleitet haben, davon findet man bekannt-

lich umständliche Nachrichten, mit Beurtheilung und Prüfung des Verfahrens, dessen sich die Erfinder bedient haben, in Hrn. Hofrath Kästners vortreflichen Anmerkungen über die Markscheidekunst.

Verschiedene dieser Vorschriften kommen im Ganzen genommen der Form nach mit einander überein. Nur in der Art, wie manche ihre Formeln nach der Dichtigkeit und Wärme der untern Luft einrichten und verbessern, finden sich Abweichungen, die aber in der That oft nur auf Kleinigkeiten hinauslaufen.

Insbesondere hat sich die Vorschrift des Hrn. de Luc durch ihre Uebereinstimmung mit Erfahrungen, als eine der Wahrheit sehr nahe, und in Absicht auf Leichtigkeit in der Berechnung, sehr bequeme Formel empfohlen. Im Zusammenhange, und mit einigen Abänderungen, die eines seiner Thermometer entbehrlich machen, habe ich sie auch in dem zweiten Theile meiner practischen Geometrie § 198 mit angeführt.

Hr. de Luc nimmt dabey für die Wärme der ganzen Luftsäule das arithmetische Mittel zwischen der obern und untern Wärme an, und sezt also in so ferne die Wärme constant, als er auf das Gesetz nicht Rücksicht

sicht nimmt, wie sie von unten nach oben zu in verschiedenen Höhen abnimmt und die Dichte der Luft modificirt. Ohne Zweifel würde aber die Formel einer noch grössern Vollkommenheit fähig seyn, wenn man auf dieses Gesetz mit Rücksicht nähme.

Allein hier zeigen sich eben so manche Schwürigkeiten, daß Herr de Luc bewogen wurde, es beyseite zu setzen (Untersuchungen über die Atmosphäre -- § 656 u. f.) Theils fehlt es an entscheidenden Versuchen zu dieser Absicht, theils weiß man auch noch nicht recht, ob die Wärme die Dichtigkeit der Luft gleichförmig verändert, oder nach welchem Gesetze es geschiehet Nach Hrn. de Lucs Regel betrüge zwar diese Veränderung für jeden Grad der Wärme nach dem Reaum. Thermometer etwa $\frac{1}{215}$ in der Dichte der Luft. Er hält aber selbst diese Veränderung nur bey einer gewissen Temperatur für wahr. Sie könnte vielleicht bey andern Temperaturen nur $\frac{1}{208}$; $\frac{1}{210}$ oder so was betragen. Indessen glaubt er doch bey seiner Annahme, keine so erhebliche Abweichung der unmittelbar geometrisch gemessenen oder nivellirten Höhen, von denen nach der Formel berechneten, wahrgenommen zu

haben, daß er deswegen seine Vorschrift aufzuopfern für nöthig erachtet hätte.

In der Folge werde ich auch aus theoretischen Gründen zeigen, daß Hrn. de L. Formel in den meisten Fällen immer der Wahrheit sehr nahe ist.

§. 2.

Indessen kann man doch fragen, wenn man für das Gesetz der von unten nach oben abnehmenden Wärme muthmaslich eine gewisse Hypothese annähme, in wie ferne man dadurch für das Höhenmessen mit dem Barometer, Formeln bekäme, welche von den gewöhnlichen unterschieden wären, und ob diese alsdann vielleicht zu Verbesserungen Anlaß gäben, von denen es sich der Mühe verlohnte, in der Ausübung Gebrauch zu machen.

Dergleichen Hypothesen lassen sich mehrere erdenken, welche gewiß der Wahrheit näher kommen, als die Wärme durchaus constant anzunehmen. Verschiedenes hieher gehöriges habe ich bereits in meinem Programm de refractionibus astronomicis, Altorf. 1781 beygebracht, auch daselbst die Gestalt einer Formel für das Höhenmessen angegeben, wenn man sich für das Gesetz

der Wärme einer gewissen Hypothese bedienen will. Ich fand aber daselbst zu meiner Absicht nicht nöthig, die gefundene Formel weiter zu entwickeln, und näher zum Gebrauche einzurichten. Indessen da die Königl. Soc. d. Wiss. in Göttingen für das Jahr 1785 eine den bisherigen Gegenstand betreffende Preisaufgabe bekannt gemacht hatte, und ich aus dem 192 Stück der Göttingischen Gelehrten Anzeigen 1785 ersahe, daß der Preis einer von dem Hrn. Prof. Hennert eingesandten Abhandlung zuerkannt worden ist, auch Hr. Hennert für das Gesetz der abnehmenden Wärme sich nur einer Hypothese bedient, und bey ihrer Behandlung im Wesentlichen so verfährt, wie ich in oberwähntem Program verfuhr, so machte mich das, was ich in der Göttinger Gel. Zeitung von Hrn. H. im Auszuge las, wieder auf den in meiner Schrift behandelten Gegenstand aufmerksamer, und bewog mich, etwas umständlichere Untersuchungen darüber anzustellen, und die Resultate davon hiemit den Liebhabern vom Höhenmessen vorzulegen.

§. 3.

Es kommen überhaupt bey der Behandlung dieses Gegenstandes folgende Dinge zu erwägen vor:

I. Was ist Wärme überhaupt, und wie wird sie gemessen.

II. Nach welchem Gesetze verändert sie die Dichte der Luft.

III. Wie nimmt die Wärme in der Atmosphäre von unten nach oben zu, ab.

IV. Was hat sie für Einfluß auf das Quecksilber in Thermometern und Barometern, oder wie kann man ein Thermometer verfertigen, welches nicht wie die gewöhnlichen, nur Unterschiede der Temperaturen, sondern wahre Wärme angiebt, und wie viel beträgt für jede vorgegebene Wärme, die Verlängerung der Quecksilbersäule in einem Barometer.

§. 4.

Die erste Frage, was Wärme überhaupt sey, gehört eigentlich nur für den Richterstuhl der Physik. — Wüste man gewiß, was sie ist, so hätte dies wohl Einfluß auf gegenwärtige Untersuchungen.

Bekanntlich sind aber die Naturlehrer in der Beantwortung dieser Frage nicht durchaus eins. Wenn man indessen Crawfords Theorie, oder bestimmter, eine Theorie, die man schon vor Crawforden in manchen Lehrbüchern der Chymie und Naturlehre findet, die

die aber durch C. Untersuchungen nur in ein bessers Licht gesezt, und mit vorzüglichen und neuen Anwendungen, auf die Erklärung mancher sonst schwer zu erklärenden Naturbegebenheiten versehen worden ist, annehmen will, so ist man vielleicht der Wahrheit am nächsten.

1. Nach einem Theile dieser Theorie ist die Wärme nichts anders als frey gewordenes Elementarfeuer, welches in einem festen oder gebundenem Zustande einen wesentlichen Bestandtheil der körperlichen Stoffe ausmacht und unwürksam ist, im freyen Zustande aber, ein sehr subtiles elastisches Wesen ist, das alle Körper durchdringt, auf unser Gefühl würkt, und die meisten körperlichen Stoffe in einen grössern Raum ausdehnt.

2. Dieser Bestandtheil äussert bald mehr, bald weniger Verwandschaft gegen diese oder jene körperlichen Stoffe, und kan daher auf mancherley Arten durch chymische Arbeiten, von ihnen getrennt, von der Natur selbst, unter diesen oder jenen Umständen abgeschieden, auch durch das Sonnenlicht reg gemacht werden, und in diesem Zustande, als ein freyes elastisches Wesen, je nachdem es in grösserer oder geringerer Menge irgendwo vorhanden ist, die bekannten Würkungen hervorbringen, die wir in Rücksicht auf un-

ser Gefühl, durch Kälte, Wärme oder Hitze von einander unterscheiden.

3. Zur Erläuterung dessen, kan man sich an die mancherley Arten von fester oder gebundener Luft erinnern, die sich gleichfalls in den körperlichen Stoffen vorfinden, und nicht eher als elastische flüßige Wesen sich darstellen, als bis sie durch bekannte Arbeiten von andern körperlichen Theilen losgemacht, und in einen freyen Zustand versezt worden.

4. Je nachdem nun das frey gewordene Elementarfeuer in einerley Masse, in grösserer oder geringerer Intensität vorhanden ist, so werden auch seine Würkungen auf diese Masse stärker oder schwächer.

Eine seiner gewöhnlichen Würkungen ist, die körperlichen Stoffe, in die es eindringt, in einen grössern Raum auszubreiten.

Dies kan man Kraft der Wärme nennen, welche demnach in einem und demselben Körper, ohne Zweifel wohl ihrer Intensität proportional seyn wird.

5. Ob aber der Raum, den eine körperliche Masse bey dieser oder jener Wärme einnimmt, der Intensität der in ihr befindlichen Wärme selbst proportionirt sey, läßt sich

durch

durch Erfahrung wohl nicht eher entscheiden, als bis man erst ein Maaß der Wärme hat, d. h. wissen kan, wenn eine Wärme in doppelter, dreyfacher 2c. Intensität vorhanden ist.

6. Diesen Satz wissen wir aber aus der Erfahrung, daß sich die Unterschiede der Räume, in die ein Körper bey unterschiedenen Wärmen ausgedehnt ist, in den meisten Fällen, wie die Differenzen der Wärmen selbst verhalten.

Die meisten flüßigen Körper dehnen sich nach diesem Gesetze aus. Die festen Körper folgen diesem Gesetze nicht so genau.

Aber selbst unter den flüßigen Körpern hat das Quecksilber vor andern den Vorzug, daß es durch seine Ausdehnungen die Veränderungen der Wärme am richtigsten zeigt. Es hat dabey den Vorzug, daß es sehr starke Hitze und Kälte vertragen kan, ehe es in Dämpfe aufgelöst, oder in einen festen Körper verwandelt wird.

7. Indessen muß man aber das Gesetz (6) doch nicht weiter erstrecken, als es die Erfahrung bestätigt. Die Ausdehnungen der Körper haben ihre Gränzen, und wenn sie diesen mehr oder weniger nahe sind, werden sie muthmaslich mit den Verände-

rungen der Wärme nicht mehr gleiche Schritte halten. Einige flüßige Körper weichen schon bey mässiger Wärme von diesem Gesetze ab. Eben so verhält sichs bey den Verdichtungen der Massen bey abnehmender Wärme. Diese haben auch ihre Gränzen, und je mehr sie sich diesen nähern, zeigen sich Abweichungen von obigem Gesetze.

8. Das Quecksilber hat auch hierinn wieder den Vorzug, daß es wenigstens bey den gewöhnlichsten Graden der Wärme oder Kälte, in unserer Atmosphäre, obigem Gesetze folgt. Aber auch bey der Hitze des siedenden Wassers, verhalten sich seine Ausdehnungen noch beynahe wie die Veränderungen der Wärme. Weingeist weicht schon etwas mehr ab.

9. Um aber bey einem gewissen flüßigen Körper das Gesetz seiner Ausdehnungen zu finden, muß man eine Kugel mit einer daran befindlichen gläsernen Röhre nach der Form der gewöhnlichen Thermometer haben, und die Kugel, wie auch einen Theil der Röhre mit dem flüßigen Wesen anfüllen. Das Verhältnis des innern Raumes der Kugel, gegen den innern Raum der Röhre, muß dabey aufs genaueste bekannt seyn, damit man bey jedem Stande des flüßigen in der Röhre, bey dieser oder jener Temperatur sogleich den Raum wissen könne, den es in der Kugel und Röhre zusammen einnimmt. Vorschrif-

ten

ten dazu finden sich in verschiedenen Büchern, welche von Thermometern handeln.

10. Gesezt nun eine beliebige Temperatur z. E. des gefrierenden Wassers heisse $= W$, eine andere z. E. des siedenden $= V = W + \Delta W$, wo also ΔW den Unterschied beyder Temperaturen ausdrückt.

So kan man erstlich durch Vermischungen des kalten und warmen Wassers in gehörigen Portionen, Temperaturen von jedem zwischen V, und W, fallenden Werthe hervorbringen, z. E. die Temperatur $W + \frac{m}{n} \Delta W$ wo $\frac{m}{n}$ einen beliebigen Bruch vorstellen mag, der kleiner als 1 ist.

11. Man nehme nemlich eine Masse $= M$ des Wassers, das die Temperatur W hat, und eine Masse $= N$ des Wassers von der Temperatur $W + \Delta W$, so ist bekanntlich die Temp. der Mischung $= \frac{M . W + N(W + \Delta W)}{M + N}$ $= W + \frac{N}{M + N} \Delta W$. Soll nun diese der vorgegebenen $W + \frac{m}{n} \Delta W$ gleich seyn, so

muß

muß man die Massen M, N, so gegen einander proportioniren, daß der Bruch

$$\frac{N}{M+N}=\frac{m}{n} \text{ werde.}$$

Will man die Masse N nach Gefallen annehmen, so ergiebt sich daraus

$$M=\frac{n-m}{m}N.$$

Ex. Um die Temperatur $W+\frac{3}{4}\triangle W$, wo $m=3$; $n=4$ ist zu erhalten, sey $N=$ 1 Maaß, so wird $M=\frac{4-3}{3}$ Maaß $=\frac{1}{3}$ Maaß, d. h. eine Vermischung von einem Maaße Wassers der Temperatur $W+\triangle W$, mit $\frac{1}{3}$ Maaße der T. W, gäbe eine Masse von der Temperatur $W+\frac{3}{4}\triangle W$, worinn demnach die verhältnismäßige Intensität der Wärme (4) um den Werth $\frac{3}{4}\triangle W$ grösser wäre, als deren Intensität W in der Masse M vor der Vermischung, und so in andern Fällen.

In Wasser von dergleichen Temperaturen kan man nun die Kugel eines Thermometers (9) eintauchen, und jederzeit bemerken, was das flüßige Wesen im Therm. für einen Raum einnimmt, wenn es die Temperatur des Wassers erhalten hat.

12. Ge-

12. Gesezt nun, es nehme bey der Temperatur W, den Raum μ, bey der Temperatur $W + \Delta W$, der Raum $\mu + \Delta\mu$, und so bey mittlern Temperaturen, z. E. $W + \frac{1}{2}\Delta W$; $W + \frac{3}{4}\Delta W$: $W + \frac{m}{n}\Delta W$, nach der Ordnung die Räume $\mu + \frac{1}{2}\Delta\mu$; $\mu + \frac{3}{4}\Delta\mu$; $\mu + \frac{m}{n}\Delta\mu$ u. s. w. ein, so würde sich dieses flüßige Wesen im Therm. dem Gesetze (6) gemäß ausdehnen, weil man die Unterschiede der genannten Räume, den Unterschieden der Temperaturen proportional fände.

13. Indessen würde man aber daraus geradezu das Verhältnis der Temperaturen selbst nicht finden, denn daraus, daß sich $\Delta\mu$ überhaupt wie ΔW verhält, folgt nicht, daß auch $\mu : \mu + \Delta\mu = W : W + \Delta W$ seyn müsse.

14. Versuche nach der Vorschrift (11. 12) haben solchergestalt gelehrt, daß das erwähnte Gesetz (6) bey vielen flüßigen Körpern, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen (7) statt finde, bey Quecksilber z. E. innerhalb den Temperaturen des siedenden und gefrierenden Wassers, auch über leztere noch hinaus, ohne erhebliche Abweichung.

Man

Man setze eine Masse Quecksilbers in einem Thermometer nehme den Raum $\mu = 1$ in der Temperatur des gefrierenden Wassers ein, so lehren die Versuche, daß es bis zur Hitze des siedenden Wassers sich um $\Delta\mu = 0{,}0156$ seines ersten Raums ausdehne, oder dessen Raum bey der Hitze des siedenden Wassers $= 1{,}0156$ sey.

Macht man nun aus kalten und heissen Wasser mittlere Temperaturen, z. E.

$$W + \tfrac{1}{2}\Delta W;\ W + \tfrac{3}{4}\Delta W,$$

so zeigen sich ohne merklichen Fehler die Räume des flüßigen im Thermometer

$$= 1{,}0078;\ 1{,}0117 \text{ u. s. w. wo}$$

$$78 = \tfrac{1}{2}.156;\ 117 = \tfrac{3}{4}.156$$

begreiflich werden bey Versuchen von der Art immer kleine Fehler unvermeidlich begangen, zumahl da bey dem Varfahren (12) vorausgesezt wird, daß in dem Augenblicke, da kaltes und heisses Wasser untereinander vermischt werden, nichts von der Wärme verlohren gehe, welches in der grösten Schärfe nie zu erhalten ist, wenn man beym Zusammengiessen auch noch so geschwind verfährt, und alle Aufmerksamkeit anwendet. Indessen wird man bey gehöriger Behandlung doch nie beträchtliche Abweichungen von dem Gesetze (6) wahrnehmen, besonders wenn man aus mehrern Beobachtungen ein Mittel nimmt, und sonst die Vorsichten

kennt,

kennt, die dabey erwogen werden müssen, wovon Hr. d. Luc in seinem Werke sehr umständlich gehandelt hat. Man sehe auch hievon Hrn. Lutz Abhandlung über die Verfertigung der Therm. 7. Kap.

15. Bedient man sich zu dem Versuche eines Weingeistthermometers, so findet man seine Ausdehnung von der Gefrierkälte bis zur Hitze des siedenden Wassers

$$= \Delta\mu = 0,080$$

des Raumes 1 den er bey der Gefrierkälte einnimmt, übrigens seine Ausdehnungen bey mittlern Temperaturen, noch so ziemlich dem Gesetze (6) gemäß.

Aufgabe.

16. Durch Hülfe eines Thermometers, das mit einem flüßigen Wesen gefüllt ist, welches sich nach dem Gesetz (6) ausdehnt, wahre Wärme, und nicht blos Unterschiede der Temperaturen, anzugeben.

17. Aufl. Bey einer gewissen Temperatur oder Intensität der Wärme, die ich $= V$ nennen will, nehme das Quecksilber oder überhaupt ein flüßiges Wesen im Thermometer den Raum μ ein, bey der Temperatur $V + dV$ aber den Raum $\mu + d\mu$.

18. So lehrt das Gesetz (6) daß sich $d\mu$ wie dV verhalte. Man setze also $d\mu = \alpha dV$, so bedeutet α eine beständige Grösse, welche man durch Erfahrungen zu bestimmen suchen muß.

19. Die Integration giebt $\mu = \alpha . V + Const.$ Um diese $Const$ zu finden, nehme man eine beliebige Temperatur, z. E. die des gefrierenden Wassers zur Einheit an, und setze den Raum des flüßigen im Thermometer bey dieser Temperatur auch $= 1$ wie (14); so giebt dies $\mu = 1$ für $V = 1$; mithin

$$1 = \alpha + Const \text{ und } Const = 1 - \alpha$$

Demnach überhaupt

$$\mu = \alpha . V + 1 - \alpha \text{ also}$$

$$V = 1 + \frac{\mu - 1}{\alpha}$$

20. Nimmt demnach bey einer jeden beliebigen Temperatur V, das flüßige im Thermometer den Raum μ ein, so ist diese Temperatur dadurch bestimmt, weil $V = 1 + \frac{\mu - 1}{\alpha}$ oder es verhält sich diese Temperatur V zu der für die Einheit angenommene (19) allemahl wie $1 + \frac{\mu - 1}{\alpha} : 1$

21. Nur

21. Nur müste man den Werth α dabey wissen, welche Grösse aber ohne Zweifel, für jedes besondere flüssige Wesen in dem Thermometer, ihren eignen Werth hat. Sie geradezu aus der Erfahrung zu bestimmen, sehe ich aber jezt wenigstens keinen Weg. Die Folge wird lehren, wie man sie aus einigen andern Eigenschaften, die die Wärme bey gewissen flüssigen Wesen bewürkt, herleiten könne; bis dahin werde ich sie einstweilen als bekannt zum voraus setzen.

22. Anmerk. I. Wenn man nur in einem einzigen Falle für einen gewissen Werth von μ z. E. m, den Werth V wüste, so ergäbe sich daraus $\alpha = \frac{V-1}{m-1}$; Allein darin besteht eben die Schwürigkeit, daß man ein solches V nicht angeben kan. Wolte man das Gesetz (6) selbst bis auf den Grad der absoluten Kälte gelten lassen, so wäre für $V=0$, $\alpha = 1 - \mu$ wo denn μ den Raum des flüssigen im Therm. bey aller Abwesenheit der Wärme bedeutete, den man wohl messen könnte, wenn man nur zu bestimmen wüste, wenn in einem gewissen Falle gänzliche Abwesenheit der Wärme vorhanden ist, ein Fall, der aber, wie ich glaube, wenigstens innerhalb der Gränzen unseres Luftkreises niemals vorhanden ist, auch sich wohl nicht durch Kunst bewürken läßt.

Wolte man annehmen, daß die Wärme, in gewissen Entfernungen von dem Brennpunkte eines Glases, oder Hohlspiegels, der in dieser Entfernung statt findenden Dichte der Sonnenstrahlen, mithin dem Quadrate dieser Entfernung umgekehrt proportional sey, so könnte dies vielleicht dienen, den Werth α zu finden. Gesezt in der Entfernung a von dem Brennpunkte nehme das flüssige in dem Thermometer den Raum m ein, so ist die daselbst statt findende Temperatur $= 1 + \frac{m - 1}{\alpha}$; In einer andern Entfernung b nehme das flüssige den Raum m^1 ein, so wäre die Temperatur $= 1 + \frac{m^1 - 1}{\alpha}$.

Mithin

$$1 + \frac{m - 1}{\alpha} : 1 + \frac{m^1 - 1}{\alpha} = b^2 : a^2$$

Hieraus folgte

$$\alpha = \frac{(m-1)\,a^2 - (m^1 - 1)\,b^2}{b^2 - a^2}.$$

Versuche von der Art habe ich nicht Gelegenheit gehabt, selbst anzustellen. Ich stelle mir aber vor, daß allerley Bedenklichkeiten dabey statt finden würden, und sich der Werth von α schwerlich mit erträglicher Genauigkeit daraus bestimmen lassen mögte.

Vor-

Vorschläge, solche Versuche anzustellen, um dadurch Verhältnisse der wahren Wärmen durch Thermometer zu erhalten, hat Richmann Nov. Comm. Ac. Petrop. Tom. III. ad an. 1750 gethan, aber auch der vielen Vorsichten und Schwürigkeiten erwähnt, die bey solchen Versuchen erwogen werden müssen, besonders daß Dünste in der Luft, die von dem Brennpunkte des Spiegels oder Glases ausfahrenden Sonnenstrahlen mannigfaltig zurückwürfen, und so ihre Dichtigkeit, und die davon abhängende Wärme schwächten, u. dgl.

Eben so schlägt auch Buffon (Supl. a l'Hist. nat. Tom. II. S. 226) einen aus mehreren ebenen Spiegeln zusammengesezten Brennspiegel, als ein Mittel vor, Wärmemaaße zu machen, wobey aber gleichfalls die Beschaffenheit des Dunstkreises manches verändert, das sich wohl nicht auf Rechnung bringen läßt.

II. Wüste man, wie sich die Wärme in einem geheizten Zimmer, in unterschiedenen Entfernungen vom Ofen verhielte, so könnte dies auch dienen, den Werth von α zu bestimmen. Wollte man annehmen, daß sich von jedem Punkte des Ofens die Wärme etwa nach dem Gesetze wie Lichtstrahlen, von einem leuchtenden Punkte, ausbreitete, so liesse sich daraus die Intensität der Wärme von der ganzen Fläche des Ofens,

jeder bestimmten Weite von ihm durch die Integralrechnung finden. Allein zu geschweigen, daß diese Rechnung schon an und für sich sehr weitläufftig ausfallen würde, so gedenke ich mir ausserdem so manchen Anlaß zu Fehlern, die nachher auf die Bestimmung des Werthes von α Einfluß haben können, daß ich diesen Vorschlag auch nur für einen theoretischen Gedanken halte, von dem die Ausübung nicht viel Nutzen zu erwarten hat.

23. Den Werth von α also als bekannt einstweilen zum vorausgesetzt, sey nun z. E. $\mu = 1,0156$, für ein Quecksilberthermometer, das man in die Temperatur des siedenden Wassers brächte (14). Das gäbe also diese Temperatur $= 1 + \frac{0,0156}{\alpha}$, die Wärme des gefrierenden Wassers zur Einheit angenommen.

Für ein Weingeistthermometer habe α den Werth β und bey eben der Temperatur (23) sey der Raum des Weingeists $\mu = 1,080$ (15) so würde die Temperatur des siedenden Wassers auch durch $1 + \frac{0,080}{\beta}$ ausgedrückt.

25. Beyde Werthe (23. 24) als Ausdrücke für einerley Temperatur einander

gleich

gleich gesezt, geben

$$\frac{0{,}0156}{\alpha} = \frac{0{,}080}{\beta} \text{ oder}$$

$$0{,}0156 : 0{,}080 = \alpha : \beta$$

D. h. die Werthe α, β für unterschiedene flüssige Materien verhalten sich allemahl, wie die Ausdehnungen dieser flüssigen Wesen im Thermometer, von der Gefrierkälte, bis zur Hitze des siedenden Wassers, oder überhaupt bis zu einerley andern Temperatur. Hätte man also nur den Werth von α für ein gewisses Flüssige, so weis man ihn auch für jedes andere. Man darf beyde Thermometer nur in einerley Temperatur bringen, und die Räume μ, μ^{1} beyder flüssigen Materien messen. Dann ist allezeit

$$\mu - 1 : \mu^{1} - 1 = \alpha : \beta.$$

wo man den Raum, den jedes Flüssige im Thermometer allemahl bey der Temperatur des gefrierenden Wassers einnimmt, als die Einheit betrachtet (14. 15. 19).

25. Man setze in (19) überhaupt $\mu = 1 + m$, wo m die Ausdehnung des Flüssigen von der Temperatur 1 des gefrierenden Wassers bis zu einer andern V ausdrückt, so ist diese Temperatur $V = 1 + \frac{m}{\alpha}$ (19).

26. Gesezt nun, die Ausdehnung des Flüssigen, bis an die äuserste Temperatur,

für welches das Gesetz (6) noch statt findet, heisse k, so kan man diesen Raum k längst der Röhre des Thermometers in eine beliebige Anzahl gleicher Theile in sogenannte Grade eintheilen.

Es sey die Zahl dieser Grade $= r$, so ist die Grösse eines solchen Grades $= \frac{k}{r}$

Gesezt nun die Ausdehnung m (25) betrage t solcher Grade, so ist $m = \frac{k}{r} \cdot t$. Demnach für jede Zahl von Graden, die ein solchergestalt eingerichtetes Thermometer bey einer gewissen Temperatur weiset, ist die zugehörige Wärme $= 1 + \frac{k}{r \cdot \alpha} \cdot t$.

27. Für ein Thermometer mit einem andern Flüssigen, habe α den Werth β; und $\varkappa$, ϱ, τ, bedeuten ähnliche Dinge, wie k, r, t in (26), so ist auch

$$V = 1 + \frac{\varkappa}{\varrho \cdot \beta} \cdot \tau$$

28. Haben nun beyde Thermometer einerley feste Punkte, oder sind k, $\varkappa$ zwischen einerley Temperaturen bestimmt worden, so ist

ist (24) $k : \varkappa = \alpha : \beta$. Demnach

$$\frac{k}{\alpha} = \frac{\varkappa}{\beta} = \text{einer beständigen Grösse } e.$$

29. Also giebt das erste Thermometer (26) die Wärme V durch den Ausdruck

$$V = 1 + \frac{e}{r} \cdot t.$$

Das andere Th. durch den Ausdruck

$$V = 1 + \frac{e}{\varrho} \cdot \tau.$$

an, oder wenn man $\frac{e}{r} = A$; $\frac{e}{\varrho} = B$ nennt, und beyde Thermometer bey einerley Temperatur V, die Grade t, τ weisen, so ist diese Temperatur

$$V = 1 + A.t = 1 + B.\tau.$$

sowohl durch das eine als das andere Thermometer bestimmt, und die beständigen Grössen A und B, verhalten sich allemahl verkehrt, wie die Zahl von Graden τ, t, die die Thermometer bey einerley Temperatur weisen.

30. Will man also bey dem Gebrauche eines gewissen Thermometers die Wärme allgemein durch $1 + A.t$ ausdrücken, so ist A allemahl eine beständige Grösse, die mit von der Eintheilung zwischen den beyden festen Punkten abhängt, und für jedes Thermo-

meter besonders bestimmt werden muß, die aber für alle solche Thermometer einerley Werth hat, welche zwischen einerley festen Punkten gleiche Anzahl von Graden haben, die flüssigen Wesen mögen seyn, welche sie wollen, wenn sie sich nur nach dem Gesetz (6) ausdehnen. Denn wenn man $r = \varrho$ sezt, so wird auch $A = B = \frac{e}{r}$; und beyde Thermometer werden in einerley Temperatur V, auch einerley Grade t, τ, weisen.

31. Das Bisherige wird unterschiedenes in der Lehre von den Thermometern in ein besseres Licht setzen, und die erste Frage (§. 3) wie Wärme gemessen werden könne, auflösen. Man kan sich dazu eines jeden Thermometers bedienen, dessen flüssiges Wesen sich nach dem Gesetz (6) ausdehnt, das zwischen zwey festen Temperaturen eine beliebige Anzahl gleicher Theile oder Grade hat, und dessen Werth A (30) man weis. Für jede Zahl von Graden $= t$, über dem untern festen Punkt, ist alsdann die absolute Wärme $= 1 + A.t$, die Wärme des untern festen Punktes allemahl zur Einheit angenommen. A ist eine Grösse, die man durch Erfahrungen bestimmen muß, wozu sich aber in der Folge erst der Weg zeigen wird.

32. Es heisse für t Grade über dem untern festen Punkt die Wärme $= V$, für eine andere Anzahl von Graden $= T$ die Wärme $= W$; so ist

$$V : W = 1 + At : 1 + A.T$$

Nähme man also jezt die Wärme W zur Einheit an, so würde die Wärme V durch den Bruch $\frac{1 + A.t}{1 + A.T}$ ausgedrückt.

33. Jezt will ich zum Anhange noch zeigen, wie Formeln für die Ausmessung der Wärme aussehen würden, wenn für ein gewisses flüssige Wesen in einem Thermometer, das Gesetz (6) nicht statt fände. Die Formel $V = 1 + \frac{\mu - 1}{\alpha}$ (19) woraus das übrige bis (32) hergeleitet wurde, sezte nemlich zum voraus, daß sich $d\mu$ wie dV verhalte (6), oder daß $\frac{d\mu}{dV} = \alpha$ einer beständigen Grösse gleich sey.

Wäre das Gesetz anders beschaffen, so muß sich doch solches nach dem Verfahren (11. 12) allemahl durch Versuche, wenigstens der Wahrheit sehr nahe finden lassen, wenn man das Thermometer in Temperaturen bringt, welche immer um einerley Werth, z. E. um $\frac{1}{m}\Delta V$, von einander un-

terschieden sind, und die Räume des Flüssigen bey diesen Temperaturen bemerkt, und mit einander vergleicht.

Aufgabe.

34. **Formeln für die Ausmessung der Wärmen zu finden, wenn das Gesetz bekannt ist, nach welchem sich die Räume des Flüssigen in einem Thermometer, bey immer gleichen Unterschieden der Temperaturen, verändern.**

Aufl. Gesezt es seyen die in arithmetischer Progression fortgehenden Temperaturen, und die zugehörigen Räume des Flüssigen im Thermometer folgende.

Temperat.	Räume	I. Unterschied.	II. Unterschied.	rc
V	μ			
$V+\frac{1}{m}\Delta V$	$\mu+w$	w		
$V+\frac{2}{m}\Delta V$	$\mu+x$	$x-w$	$x-2w$	
$V+\frac{3}{m}\Delta V$	$\mu+y$	$y-x$	$y-2x+w$	
u. s. w.	. . ,	. . .	. . ,	
$V+\Delta V$	$\mu+z$			

II. So erhellet, wenn jedes Glied der Reihe der ersten Unterschiede, einer beständigen Grösse gleich gefunden würde, dieses das Gesetz (6) seyn würde, woraus die Differentialformel $\frac{d\mu}{dV} = \alpha$ hergeleitet wurde, weil nemlich gleichen Differenzen der Wärmen $= \frac{1}{m} \triangle V$, gleiche Unterschiede $w = x - w = y - x$ u. s. w. in den Räumen des Flüssigen zugehören.

III. Fände man aber die ersten Unterschiede w; $x - w$; $y - x$ u. s. w. nicht sämmtlich einander gleich, so kan es geschehen, daß vielleicht die Reihen der zweiten oder dritten rc. Unterschiede, endlich auf eine beständige Grösse führen, oder daß sich wenigstens eine Reihe der Unterschiede ergeben wird, worin die Glieder so unbeträchtlich wenig von der Gleichheit abweichen, daß man die Ungleichheit ausser Acht lassen, oder sie wenigstens auf Fehler der Beobachtung schieben dürfte.

Gesezt also man fände z. B. die Glieder in der Reihe der zweiten Unterschiede erst einander gleich, so würde man daraus schliessen können, daß die Differenzialgleichung

$$\frac{dd\mu}{dV^2} = \beta$$

einer beständigen Grösse gleich sey.

IV. Dies

IV. Dies gäbe demnach durch die Integration erstlich

$$\frac{d\mu}{dV} = \beta . V + Const.$$

und durch abermahlige Integration

$$\mu = \tfrac{1}{2}\beta V^2 + CV + D$$

aus welcher Gleichung sich die Wärme V für jeden Raum μ des Flüssigen im Thermometer finden lassen würde; vorausgesezt, daß man bey der Wärme $V = 1$, auch den Raum $\mu = 1$ zu Einheiten annähme, und darnach die beständigen Grössen C, D bestimmte, womit ich mich aber hier nicht weiter abgeben will, da ich nur den Weg habe zeigen wollen, wie man die Wärme, bey jedem Gesetz der Ausdehnung des Flüssigen in einem Thermometer finden würde, wenn man in einer von den Reihen der Unterschiede, auf unveränderliche Werthe käme, wie das meistens der Fall seyn mögte.

V. Es wäre aber lächerlich, sich zu einem Thermometer eines flüssigen Wesens zu bedienen, welches sich bey einerley Unterschieden der Temperaturen so ungleichförmig ausdehnte, daß erst die zweiten oder dritten Differenzen constant gefunden würden, da man flüssige Wesen, Quecksilber, Weingeist, wesentliches Kamillenöl u. d. gl. hat, die sich mit der Wärme so gleichförmig ausdehnen,

daß

daß es erlaubt ist, immer $\frac{d\mu}{dV} = \alpha$ zu se⸗tzen, so weit als es die Gränzen (7) erlauben, welche bey dem Gebrauche eines Quecksilberthermometers sich immer weit genug erstrecken (14). Daher denn bey den folgenden Untersuchungen auch nur von einem solchen Thermometer die Rede seyn wird.

VI. So fand z. B. Hr. de Luc (Untersuch. über die Atmosph. I. Theil S. 478.) den Gang des Quecksilbers gleichen Unterschieden der Temperaturen, oder auch umgekehrt (S. 489) die Unterschiede der Temperaturen, gleichen Unterschieden der Quecksilberräume im Thermometer, so gemäß, daß sich in der Reihe der ersten Unterschiede (I) keine Grössen finden, die um etwas erhebliches von einander unterschieden wären. In seiner Tafel (S. 478) machen die Temperaturen eine arithmetische Progression, deren Unterschied = 5, die zugehörigen Quecksilberräume aber, eine Progression, deren kleinster Unterschied = 4, 6 beym Eispunkte, der gröste = 5, 3 sich beym Siedepunkte befindet, wo beyde Unterschiede demnach ohne erheblichen Fehler einander gleich sind. Wolte man sich indessen nicht begnügen, die erwähnte Progression der Räume für eine arithmetische gelten zu lassen, so dürfte man nur

auch

auch die Reihe der zweiten Unterschiede mit in Erwägung ziehen (IV). Fände man in dieser gleich nicht alle Glieder constant, so dürfte man sie doch dafür annehmen, weil sich die Beobachtungen der Räume und Temperaturen doch nie mit der Schärfe anstellen lassen, daß man das unregelmässige in dem Fortgange der zweiten Differenzen nicht blos auf Fehler der Beobachtungen schieben dürfte.

35. Aus dem Bisherigen wird sich nun auch zugleich die Frage (§. 3. IV) wie kan man ein Thermometer verfertigen, welches nicht blos Unterschiede der Temperaturen, sondern Verhältnisse der Wärmen selbst angiebt? auflösen.

Aufl. I. Man nehme ein wohl kalibrirtes Quecksilbertherm, z. E. ein Reaumürsches, welches zwischen beyden festen Punkten 80 Grade enthalte.

Weil sich nun Quecksilber nach dem Gesetze (6) ausdehnt, mithin für dasselbe die Formel

$$V = 1 + A . t$$

gilt, so setze man an den Gefrierpunkt die Zahl 1, das wäre die Wärme für $t = 0$.

Für $t = 80$, wäre die Wärme des siedenden Wassers $= 1 + A . 80$. Wüste man nun z. E. den Werth A für das Reaum. Quecks.

Queks. Therm. (die Folge wird zeigen, daß man ohngefehr $A = \frac{1}{215}$ setzen kan) so wäre die Wärme des siedenden Wassers

$$= 1 + \frac{80}{215} = 1,370.$$

II. Man theile also den Raum zwischen beyden festen Punkten (I) in 370 gleiche Theile, und setze an den Siedpunkt die Zahl 1,370, so hat man neben der Reaumürschen Gradleiter eine Scale, welche für jede Zahl Reaumürscher Grade, die wahre Wärme sogleich ohne weitere Rechnung angiebt.

Z. E. neben dem 30 Reaumürschen Grad würde solchergestalt die Zahl 1,139 an der andern Scale zu stehen kommen, das wäre also die zugehörige Wärme, in Vergleichung der Temperatur des gefrierenden Wassers.

I. Anmerkung. Es verstehtsich, daß wenn bisher von der Temperatur des siedenden Wassers die Rede war, man diese Temperatur, wie bekannt, allemahl bey einer gewissen Barometerhöhe festsezt, wozu man im de Luc und andern Büchern das nöthige mit mehreren nachlesen kan.

II. Anmerkung. Für Reaumürsche Grade unter dem Gefrierpunkt ist t negativ, mithin für solche Temperaturen $V = 1 - At$.

Die

Eine Scale wie (II) wolte ich aber nicht gerne weiter, als etwa bis 30 Grad unter den Gefrierpunkt erstrecken, wegen (7). In unserer Atmosphäre werden sich aber selten Temperaturen finden, die über diese Gränze hinausgiengen, daher der Ausdruck $1 + \acute{A}t = V$ für jede Ausmessung der Wärme in unsrer Atmosphäre als eine der Wahrheit sehr nahe Formel gelten wird.

III. Anmerk. Das Gesetz für die Ausdehnungen des Quecksilbers bey gleichen Veränderungen der Wärme, durch Erfahrungen, (wie 11 — 15) mit möglichster Genauigkeit zu erforschen, und daraus ein sicheres Maaß für die Unterschiede der Wärme herzuleiten, schien dem Herrn de Luc der lezte Schritt zu seyn, den er durch seine Bemühungen zur Verbesserung der Thermometer thun zu können hoffte. (Unters. über die Atmosph. I. Th. S. 631) Wir haben nun, sagt er, durch dieses Gesetz ein sicheres Maaß der würklichen Unterschiede, das sey aber auch alles, was ihm zu finden möglich scheine. Denn er könne sich nichts gedenken, woraus sich nachher ein Schluß auf die absoluten Wärmen herleiten lasse. Daß aber gerade eben das Gesetz, nach welchem sich das Quecksilber bey gleichen Unterschieden der Wärme ausdehnt, auf die Differenzialformel $\frac{d\mu}{dV} = \alpha$, und daraus auf eine Formel

$V =$

$V = 1 + A . t$ zur Vergleichung der absoluten Wärmen führe, daran scheint er nicht gedacht zu haben; Freylich ist diese Formel noch so lange unnütz, als man A noch nicht gefunden hat, da sich aber hierzu in der Folge Mittel darbieten, so können wir uns hier einstweilen damit begnügen, daß wir doch wissen, wie eine Formel zur Vergleichung der absoluten Wärme aussehen muß, so bald das flüssige Wesen in einem Thermometer sich nach dem Gesetz (6) ausdehnt. Nur die **Form eines Ausdrucks** für die Bestimmung einer Grösse zu wissen, ist schon eine gute Vorbereitung. Das übrige ergiebt sich dann schon weiter.

IV. **Anmerkung.** Für die Formel (19)

$$V = 1 + \frac{\mu - 1}{\alpha}$$

wurden die Temperatur des gefrierenden Wassers, und der Raum, den das Flüssige im Thermometer bey dieser Temperatur einnimmt, zu Einheiten angenommen, und nach diesen Einheiten werden dann auch allemahl die veränderlichen Grössen V und μ ausgedrückt. Man siehet aber leicht, daß eben die Formel statt finden würde, wenn man eine jede andere bestimmte Temperatur, und den Raum des Flüssigen bey dieser Temperatur zu Einheiten annähme, und darnach alsdann die Werthe von V und μ ausdrückte. Es sind

also eigentlich V und μ allemahl verhältnismäsig gegen die zu Einheiten angenommene Grössen zu verstehen.

Wenn man nun ein flüssiges Wesen kennte, welches sich bey abnehmender Wärme beständig fort nach dem Gesetz (6) verhielte, so daß auch bey einer sehr kleinen Wärme, in Verhältnis gegen der zur Einheit angenommenen, die Differenzen der Räume noch immer den Differenzen der Wärme proportional blieben, und das flüssige Wesen die Eigenschaft hätte, daß es sich bey einer sehr geringen Wärme V in einen sehr kleinen Raum μ zusammenziehen könnte, so würde für ein solches, sich in einem so hohen Grade zusammen zu ziehen fähiges, flüssige Wesen, der Werth von α beynahe $= 1$ seyn.

Denn es ist $\alpha = \frac{m-1}{V-1}$; sind nun μ und V sehr klein gegen die angenommenen Einheiten, so ist beynahe $\alpha = \frac{-1}{-1} = 1$ demnach überhaupt für jede Wärme (19)

$$V = 1 + \frac{\mu - 1}{1} = \mu \text{ oder}$$

eigentlich $V : 1 = \mu : 1$ (20). Da würden sich also die Wärmen wie die Räume selbst verhalten,

halten, die das flüssige Wesen, bey diesen Wärmen einnähme.

Wahrscheinlich ist die Luft ein solches flüssiges Wesen, für welches beynahe $\alpha = 1$.

Die Gränzen (7) ihrer Ausdehnung durch wachsende, und ihrer Verdichtung durch abnehmende Wärme, liegen bey ihr vermuthlich sehr weit von einander, und da Abweichungen von dem Gesetze (6) muthmaßlich nur dann statt finden, wenn Ausdehnungen oder Verdichtungen eines flüssigen Wesens sich ihren Gränzen schon merklich genähert haben, so darf man wohl nicht zweifeln, die Luft werde sich bey einer Wärme oder Kälte, da das Quecksilber erwähntem Gesetze schon lange nicht mehr folgt, sich doch noch immer darnach verhalten. Das Quecksilber erstarrt schon zu einem festen Körper, bey einer Kälte von etwa 40 Graden unter dem Gefrierpunkt (Lamberts Pyrom. §490) Bey dieser Kälte hat die Luft noch lange nicht ihre grosse Fähigkeit, sich zusammen zu ziehen, verlohren, weil selbst bey dieser Kälte die Räume, in die sie sich durch einen Druck zusammen pressen läßt, noch immer dem Drucke umgekehrt proportional bleiben, und es mir sehr wahrscheinlich vorkömmt, daß so lange sich die Luft beym Zusammendrücken so verhält, auch ihre Ausdehnbarkeit durch

die Wärme, oder ihr Zusammenziehen durch Kälte dem Gesetze (6) gemäß bleiben werde.

Nun haben Sulzer und Bouguer, ersterer bey sehr zusammengepreßter Luft, und leztere bey sehr verdünnter, die Räume, in die sie sich zusammenpressen ließ, noch immer ohne erhebliche Abweichung, wenigstens mit keiner Abweichung, die man nicht auf etwanige Fehler in Messung der Räume schieben dürfte, dem Drucke umgekehrt proportional gefunden. (Kästners Abhandlung vom Höhenmessen in dessen Markscheidek. S. 280. 304 u. f. Lamberts Pyrom. §. 36 u. f.)

Wolte man also das Gesetz der Ausdehnungen durch die Wärme, bis auf eben solche Verdichtung oder Verdünnung der Luft gelten lassen, so würde folgen, daß, wenn die Wärme eine Luft schon bis auf eine solche Verdünnung ausgedehnt hätte, und man nun die Wärme nach und nach abnehmen liesse, bis die Luft etwa die Dichte der natürlichen Luft erhalten hätte, Wärme und Raum der Luft im ersten Falle immer sehr groß, in Vergleichung der Wärme und des Raumes der Luft im leztern Falle seyn würde; und dies würde sodann innerhalb dieser Gränzen der Verdünnung und Verdichtung der Luft allemahl beynahe $\alpha = 1$, und demnach $V = \mu$ geben, oder die Wärme der Luft

würde sich allemahl beynahe, wie die Räume selbst, die sie einnimmt, verhalten.

Kurz je weiter die Gränzen (7) auf die sich ein flüssiges Wesen ausdehnen oder zusammen ziehen läßt, von einander entfernt sind, desto mehr wird sich bey einem solchen flüssigen Wesen, die Grösse α, dem Werthe 1 nähern.

Wenn man die Hypothese der vorigen Anmerkung, daß nemlich für die Luft der Werth von $\alpha = 1$ sey, annehmen will, daraus den Werth dieser Grösse für Quecksilber herzuleiten.

36. Für Quecksilber sey der Werth $= \gamma$, so ist wie in (24) $k : \varkappa = \alpha : \gamma$, wo k, $\varkappa$ die Ausdehnungen der Luf, und des Quecksilbers, von der Temperatur des gefrierenden Wassers, bis zur Hitze des siedenden, bedeuten mögen. Wenn also $\alpha = 1$, so wird

$$\gamma = \frac{\varkappa}{k}, \text{ wo } \varkappa = 0{,}0156 \text{ (14)}$$

Um also γ zu finden, müste man wissen, um wie viel der Raum der Luft bey der Temperatur des siedenden Wassers grösser wäre, als ihr Raum $= 1$, bey der Temperatur des gefrierenden.

37. Versuche mit dem Manometer haben gewiesen, daß man das Verhältnis der

erwähnten Räume ohngefähr, wie 1,370 : 1 annehmen kan. Begreiflich können Versuche von der Art, nicht mit solcher Genauigkeit angestellt werden, daß man auf Tausendtheile des Raumes völlig sicher wäre.

Das Varignonische Manometer zu diesen Versuchen bequem einzurichten, und die Vorsichten genau kennen zu lernen, findet man in Hrn. Lutzens vollständiger Beschreibung rc. von allen Barometern. Nürnb. und Leipzig 1784. §. 257 u. f. sehr brauchbare und wohl ausgedachte Belehrungen.

38. Hr. L. hat auch selbst a. a. Orte Versuche über die Ausdehnbarkeit der Luft in einem solchen Manometer, angestellt. Er fand, je nachdem die Luft in dem Manometer mehr oder weniger trocken war, beträchtliche Unterschiede ihrer Ausdehnbarkeit, von der Kälte des gefrierenden Wassers bis zur Hitze des siedenden.

War die Luft, ehe das Manometer damit gefüllt wurde, vorher durch Salze, welche die Feuchtigkeiten einziehen, getrocknet worden, so fand er obiges Verhältnis (37) wie 1,377 : 1.

Gewöhnliche Atmosphärische Luft, aber doch trockene, (nur nicht durch Salze getrocknete,) gab ihm das Verhältnis 1,383 : 1.

40. Wur-

40. Würde aber die Luft gar mit Dünsten gesättigt, so zeigte sich schon bey einer Wärme von 50 Reaum. Graden, eine Ausdehnung beynahe so groß, als die der trocknen Luft bey der Temperatur des siedenden Wassers.

41. Wem bekannt ist, was eingeschlossene Dünste, wenn sie erhizt werden, für Gewalt äussern, sich auszudehnen, der wird sich über das Resultat (40) nicht verwundern. So was kan nun freylich in einer vollkommen freyen Luft, wo die Dünste nie in einem Raum beysammen bleiben, wie in dem Manometer, sondern sich leicht zerstreuen, den Erfolg nicht haben. Eine mit Dünsten gesättigte, aber nur nicht in eine feste, sondern nur in eine eingebildete Gränze eingeschlossene Luft, würde sich, wie ich dafür halte, eben so ausdehnen, wie eine vollkommene trockene Luft, innerhalb einer festen Gränze, in dem Glase des Manometers sich ausdehnt, wenigstens würde der Unterschied nicht erheblich seyn.

42. Will man also für die Ausdehnung einer Luft überhaupt das obige Verhältnis 1,370 : 1 als der Wahrheit sehr nahe gelten lassen, so gäbe dies den Werth γ in (36)

$$= \frac{x}{k} = \frac{0{,}0156}{0{,}370} = \frac{156}{3700}$$

 43. Dies

43. Dies gäbe demnach überhaupt, für jeden Raum μ, den das Quecksilber in einem Thermometer einnimmt, die Wärme

$$V = 1 + \frac{3700}{156} \cdot (\mu - 1)$$ (19) wo das dortige α hier den Werth γ (42) hat.

44. Daraus ergäbe sich denn weiter in (28) die beständige Grösse $e = \frac{\varkappa}{\gamma} = k = 0,370.$ und in (29) $A = \frac{e}{r}$, folglich wenn man dem Quecksilberthermometer zwischen beyden festen Punkten $r = 80$ gleiche Theile giebt,

$$A = \frac{0,370}{80} = \frac{370}{80000} = \frac{1}{215}$$

Demnach für jede Zahl t von Reaumürschen Graden über oder unter dem Gefrierpunkt, die wahre Wärme

$$V = 1 \pm \frac{1}{215} t.$$

wie bey (35) angenommen worden.

Ich werde indessen, wenn man die Hypothese (36) nicht annehmen will, diesen Werth von A in der Folge noch aus andern Gründen herleiten.

§. 5.

Betrachtungen über Dichtigkeit, Elasticität und Wärme der Luft, und wie diese Dinge von einander abhängen.

45. Daß die Luft ein elastisches flüssiges Wesen ist, welches durch seinen Druck im Stande ist, einer gewissen Quecksilbersäule in dem Barometer das Gleichgewicht zu halten, ist eine längst erkannte Wahrheit, so wie auch, daß eben die Quecksilbersäule, die die Luft tragen kan, jederzeit das eigentliche Maaß ihre Elasticität ist.

46. Gesezt nun, eine Masse Luft innerhalb eines gewissen Raumes $= \mu$, habe eine Elasticität, vermöge der sie einer Quecksilbersäule $= E$ das Gleichgewicht zu halten vermag. Diese Luft wird alsdann zugleich eine gewisse Dichte haben, die ich $= D$ setzen will.

47. Es werde nun diese in dem Raum μ enthaltene Luft nach dem Mariottischen Verfahren, in einen kleinern Raum $\mu - \Delta\mu$ zusammengepreßt, dadurch, daß man eine grössere Quecksilbersäule $E + \Delta E$ auf sie drucken läßt. Die Luft in dem Raume $\mu - \Delta\mu$ habe alsdann die Dichte $D + \Delta D$ erhalten.

48. So haben nun Mariottens, Bouguers, Sulzers, u. a. Versuche den Satz ge-

gelehrt, daß sich die Dichte der Luft allemahl verhält, wie die Kraft, mit der sie zusammen gepreßt wird, oder

$$E : E+\triangle E = D : D+\triangle D$$

sey.

48. Bey Luft, die sehr viel dünner ist, als die gewöhnliche, die wir einathmen, hat Bouguer nie erhebliche Abweichungen von diesem Gesetze wahrgenommen. War die Luft auch schon hundert bis zwey hundert mahl dünner, so verhielt sich ihre Dichte noch allemahl, wie die Kraft, mit der man die Luft zusammendrückte. (Kästners Abh. vom Höhenmessen ꝛc. 141. §.) Sulzer aber entdeckte einige Abweichungen, wenn er Luft von gewöhnlicher Dichte, nur in den 7 oder 8fachen Raum zusammenpressen wolte. Eine Kraft, die noch nicht siebenmahl so stark, als der Druck der Atmosphäre war, machte die Luft etwa 8mahl dichter, als der Druck der Atmosphäre sie machte, und dies ist die stärkste Kraft, die Herr S. angewandt hat, sie zusammen zu pressen, und er schließt daher, es möchten die Abweichungen noch beträchtlicher seyn, wenn man bey noch stärkern Zusammendrückungen Versuche anstellen wolte. Indessen können wir aber der Sulzerischen Versuche, gesezt auch, daß es ihm bey der von ihm angewandten Vorsicht, möglich gewesen wäre, die Räume, welche die zusam-

sammengepreßte Luft einnahm, so genau zu messen, daß nicht etwa Fehler der Messung für Abweichungen von dem erwähnten Gesetze (48) angesehen worden, doch immer entbehren, da wir nie in eine Luft kommen, die so sehr zusammengedrückt wäre, als sie bey den Sulzerischen Versuchen war, und folglich das Gesetz (48) immer für jede Luft, von ihrer natürlichen Dichte an, bis zu jeder Verdünnung derselben, für richtig annehmen. Man heißt dieses Gesetz gewöhnlich das Mariottische, und hat sich dessen schon lange bedient, Formeln für das Höhenmessen mit dem Barometer daraus herzuleiten.

50. Bedeutet $D + \Delta' D$ eine andere Dichte der Luft, und $E + \Delta' E$ die Kraft, womit sie zusammengedrückt ist, so ist auch nach (48) $E : E + \Delta' E = D : D + \Delta' D$ und folglich $E : D = \Delta' E : \Delta' D$; aber aus (48) auch $E : D = \Delta E : \Delta D$ d. h. die Quotienten $\frac{\Delta' E}{\Delta' D} = \frac{\Delta E}{\Delta D}$ müssen einer beständigen Grösse gleich seyn, oder

51. Das Wachsthum der Spannkraft der Luft muß sich allemahl wie die Zunahme der Dichte verhalten, weil die Quecksilbersäule E das Maaß der Spannkraft ist.

52. Diese Sätze (48. 51.) setzen aber nothwendig zum Voraus, daß in den Räu-

men μ, $\mu-\Delta\mu$, die Wärme der Luft ungeändert bleibe. Eben die Masse Luft breitet sich, wenn sie erwärmt wird, in einen grössern Raum aus, und so trägt dünnere Luft eben den Druck, oder noch stärkeren, als zuvor dichtere, bey einer geringeren Wärme trug. Die Wärme vermehrt nemlich die Spannkraft der Luft, so daß zwo Luftmassen, von gleichen Dichten, aber unterschiedenen Wärmen, auch unterschiedene Elasticitäten haben.

53. Diesen Einfluß der Wärme auf die Spannkraft der Luft zu beurtheilen, dienen folgende Betrachtungen.

54. Wenn eine Luftmasse innerhalb eines gewissen Raums $=\mu$ bey einer Dichtigkeit $=D$ und Wärme $=V$. (Man kan hiebey zu Ausmessung der Wärmen, eine gewisse Temperatur, z. E. die des schmelzenden Eises, zur Einheit annehmen) eine Elasticität hat, bey der sie einer Quecksilbersäule, oder einem Drucke $=E$ das Gleichgewicht halten kan, und nun die Wärme V um ΔV wächst, so wird auch die Spannkraft der Luft dadurch grösser, so daß sie nun bey eben der Dichte D, einer viel grössern Quecksilbersäule, die ich $E+\Delta E$ nennen will, das Gleichgewicht halten kan.

Ich behaupte nun, es werde die vom Zuwachs der Wärme herrührende Veränderung der Elasticität, der Veränderung der Wärme selbst proportional seyn, oder $\triangle E$ werde sich verhalten wie $\triangle V$.

Bew. I. Die Wärme $\triangle V$ würde, wenn man die Quecksilbersäule E, oder den Druck der Luft nicht um $\triangle E$ vergrösserte, den Raum der Luft $= \mu$ um einen gewissen Werth $= \triangle \mu$ ausdehnen, und dadurch die Dichtigkeit der Luft $= D$ um einen gewissen Werth $= \triangle D$ vermindern, so daß nun in den Räumen $\mu + \triangle \mu$, bey einer Elasticität $= E$, und Wärme $= V + \triangle V$, die Dichte der Luft nur $= D - \triangle D$ seyn würde.

II. Um also diese Luft wieder in den vorigen Raum μ zusammen zu pressen, damit sie bey der Wärme $V + \triangle V$ wieder die vorige Dichte D erhalte, wird der Druck einer Quecksilbersäule $= E + \triangle E$ erforderlich seyn.

III. Aber Luft, deren Dichte $= D - \triangle D$, Wärme $= V + \triangle V$ und Elasticität $= E$ ist, in eine Luft zu verwandeln, deren Dichte $= D$, bey eben der Wärme $V + \triangle V$ seyn soll, ist nach dem Mariottischen Gesetze (47) eine Quecksilbersäule $E + \triangle E$ erforderlich, welche sich zum Drucke E verhalten muß, wie die Dichte D zur Dichte $D - \triangle D$, oder es muß seyn

$$E : E + \triangle E = D - \triangle D : D.$$

IV. Nun

IV. Nun stehen aber ferner die Luftdichten in dem verkehrten Verhältnis der Räume, oder es ist auch

$$D - \Delta D : D = \mu : \mu + \Delta \mu.$$

V. Und die Räume selbst hängen von den Wärmen V und $V + \Delta V$ ab. Wenn nemlich die (54) erwähnte Luftmasse, bey der Wärme V und dem Drucke E, den Raum μ einnimmt, und bey eben dem Drucke E (I) von der Wärme $V + \Delta V$, in den grössern Raum $\mu + \Delta \mu$ ausgebreitet werden würde, so hat man nach dem allgemeinen Gesetze (6) nach welchem sich flüßige Materien, und besonders auch die Luft, als ein vorzüglich ausdehnbares flüßige Wesen (35. Anm. IV.) durch die Wärme ausdehnen, nach (35) folgende zwo Gleichungen

$$V = 1 + \frac{\mu - 1}{\alpha}$$

$$V + \Delta V = 1 + \frac{\mu + \Delta \mu - 1}{\alpha}$$

Wo α den Koefficienten (21) für die Luft bedeutet.

VI. Dies gibt demnach

$$\mu = 1 + \alpha (V - 1)$$

$$\mu + \Delta \mu = 1 + \alpha (V + \Delta V - 1)$$

und folglich (IV)

VII. $D - \Delta D : D = 1 + \alpha(V - 1) : 1 + \alpha(V + \Delta V - 1)$. Mithin auch nach (III)

VIII. $E : E + \Delta E = 1 + \alpha(V - 1) : 1 + \alpha(V + \Delta V - 1)$.

IX. Daraus folgt dann ferner nach der bekannten Verwandlung einer Proportion,

$$\Delta E : E = \Delta V : 1 + \alpha(V - 1)$$

X. Bedeutete nun $\Delta' V$ einen andern Zusatz der Wärme, und $\Delta' E$, die zugehörige Veränderung in der Elasticität der Luft, so würde eben so auch seyn

$$\Delta' E : E = \Delta' V : 1 + \alpha(V - 1)$$

XI. Also aus (IX. X)

$$\Delta E : \Delta' E = \Delta V : \Delta' V$$

oder $\frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{\Delta' E}{\Delta' V}$ würde einer beständigen Grösse gleich seyn, es würde sich allezeit ΔE verhalten wie ΔV, welches der zu erweisende Satz (54) wäre.

55. Herr Lambert (Pyrometrie §. 49) schliest aus dem Satze (54) gerade zu, und, wie mich däucht, nicht befriedigend genug, den Satz; in Luft von einerley Dichte D, sey die Dehnkraft der Luft, allemahl der Wärme selbst proportional, oder es sey allemahl $E : E + \Delta E = V : V + \Delta V$.

56. Der

56. Der Satz folgt aber in der That nicht aus den (Pyrometrie § 49) angegebenen Grunde. Wenn man die dortigen Schlüsse genau ansieht, so folgt eigentlich nur, daß sich der Zuwachs in der Schnellkraft der Luft, wie der Zuwachs der Wärmeverhalte, $E\Delta$ wie ΔV, und nicht E wie V selbst.

57. Wie eigentlich die Schnellkraft der Luft, bey einerley Dichte derselben, mit der Wärme in Verbindung steht, zeigt die Analogie (54. VIII). Wenn aus dieser Lamberts Satz (55) folgen soll, so muß nothwendig $\alpha = 1$ seyn. Ausserdem würde die Lambertische Proportion nie ihre Richtigkeit haben. Ich habe es nun zwar schon in der IVten Anmerkung zu (35) wahrscheinlich zu machen gesucht, daß für Luft, der Werth α, von der Einheit wenigstens nicht viel unterschieden seyn könne, und der Beweis gründete sich darauf, daß die Luft vor andern flüssigen Körpern eine vorzügliche Fähigkeit hat, sich durch Wärme auszudehnen, und durch Kälte in einen sehr engen Raum zusammen zu ziehen, ohne ihre luftförmige Eigenschaft zu verliehren. Um aber indessen den Satz (55), dessen Unrichtigkeit zwar noch Niemand gezeigt hat, den aber auch, so viel ich weiß, weder Lambert, noch andere vor ihm, z. E. Amontons, Daniel Bernoulli

(Hy-

(Hydrod. sect. X.) zulänglich befriedigend dargethan haben, noch mit mehrern zu erweisen, habe ich mir die Sache so vorgestellt.

58. Erstlich ist das nach dem Mariottischen Gesetze (48) unläugbar, daß in Luft von einerley Wärme, sich die Spannkraft allemahl wie die Dichte der Luft verhält, die Wärme selbst mag groß oder klein seyn, wenn sie nur unverändert bleibt.

59. Zweitens richtet sich aber die Spannkraft der Luft lediglich nach der Wärme, so lange man die Dichte unverändert läßt. Daß sie sich indessen wie die Wärme selbst verhalte, folgt daraus nicht. Sie wird nur eine Function der Wärme seyn, die ich einstweilen mit z benennen will, so daß also z einen Ausdruck vorstellet, auf den die Dichte der Luft keinen Einfluß hat, sondern der blos von der Wärme abhängt.

60. Also kan man sagen, die Elasticität der Luft verhalte sich überhaupt, wie das Produkt, aus der Dichte der Luft, in eine Function der Wärme.

61. Nun sey überhaupt die Dichte der Luft $= \delta$, ihre Wärme $= v$, ihre Spannkraft $= \varepsilon$. Wenn nun D, V, E, Z ähnliche und zusammengehörige Dinge bedeuten,

so hat man (60)

$$\varepsilon : E = \delta . z : DZ$$

mithin $$\varepsilon = E \frac{\delta}{D} . \frac{z}{Z} .$$

wobey nun zu merken ist, daß Z, durch V eben so gegeben ist, wie z durch v, oder daß $z = Z$ werde, wenn man in die Function z, statt v sezt V.

62. Hier will ich nun den Quotienten $\frac{E}{DZ}$ der Kürze halber $= n$ nennen, da denn die Grössen E, D, Z, V, gleichsam die Einheiten vorstellen, nach denen man ε, δ, z, v ausdrückt, die man also als gegeben und unveränderlich ansieht, während man ε, δ, z, v, als variable Grössen behandelt.

63. Also ist $\varepsilon = n \delta z$.

64. Um nun in Luft von einerley Dichte blos den Einfluß der Wärme auf die Elasticität der Luft zu beurtheilen, differenziire man den Ausdruck (63) so, daß man δ als unveränderlich, und blos die Function z als veränderlich ansiehet, so hat man $d\varepsilon = n\delta . dz$ Oder in Luft von der Dichte δ, wächst die Elasticität um $n\delta dz$, wenn sich die Function der Wärme um dz verändert.

65. Nun verhält sich aber in diesem Falle nach (56) wenn man statt der dorti-

gen

gen ΔE, ΔV, hier die Differentialen $d\varepsilon$ und dv setzt, auch $d\varepsilon$ wie dv, oder es ist auch $d\varepsilon = m\,dv$, wo m einen unveränderlichen Koefficienten vorstellt, so lange als man die Dichte der Luft nur ungeändert läßt.

66. Daß sich aber gleichwohl m nach der jedesmaligen Dichte der Luft, in der man den Einfluß der Wärme auf die Elasticität beurtheilen will, richten könnte, wird wohl daraus erhellen, daß nemlich $d\varepsilon = 0$ werden muß, so bald als man den Einfluß der Wärme auf eine Luft, die gar keine Dichte hätte, angeben wolte. Denn in einer Luft, deren Dichte $= 0$ wäre, läßt sich keine Vermehrung der Elasticität, kein $d\varepsilon$ gedenken, die Veränderung der Wärme, oder dv mag seyn was sie will.

67. Dies zeigt sich nun auch, wenn man Formel $d\varepsilon = m\,dv$ mit der (64) $d\varepsilon = n\delta.\,dz$ vergleicht, da denn wohl $m = n\delta$ seyn müste, weil dz blos von der Wärme abhängt.

68. Zugleich würde denn auch $dz = dv$, oder (wenn man statt z und v, eigentlich ihr Verhältnis, gegen die zu Einheiten angenommene Grössen Z und V setzt)

$$\frac{dz}{Z} = \frac{dv}{V}$$

mithin durch Integration

$$\frac{z}{Z} = \frac{v}{V} + Const.$$

 69. Die

69. Diese *Const* zu bestimmen, erwäge man, daß wenn sich v in V verwandelt, $z=Z$ werden müsse (61). Dies giebt demnach

$$\frac{Z}{Z}=\frac{V}{V}+Const$$

oder $$1=1+Const$$

mithin $Const=0$; und folglich

$$\frac{z}{Z}=\frac{v}{V}$$

Man weis also nun, was z für eine Function von v ist. Es ist nemlich z selbst $=v$. so wie $Z=V$.

70. Man hat also in einer jeden Luft, deren Dichte $=\delta$ und Wärme $=v$ die Elasticität $\varepsilon=E.\frac{\delta}{D}\cdot\frac{v}{V}$ (61. 69)

71. Wenn also die Dichten $\delta=D$ einerley wären, so verhielten sich die Elasticitäten, wie die Wärmen selbst $\varepsilon:E=v:V$, welches der Lambertische Satz ist.

72. So erhielte demnach auch obige Behauptung, daß $\alpha=1$ seyn müsse (57) neue Bestätigung.

Indessen wolte ich aber doch den Satz (71) nicht weiter ausdehnen, als die Gründe dazu statt finden. Da nemlich in den Schlüssen (54. III u. 58) der Mariottische

Saß

Satz und in (54. V.) das Gesetz (6) gebraucht wurde, so werden auch nur, so lange als diese Gesetze ohne merklichen Fehler statt finden, die daraus hergeleiteten Folgerungen richtig seyn.

Also dürfte wohl bey sehr zusammengedrückter Luft, und bey einer sehr geringen, oder sehr grossen Wärme, kurz bey einer Temperatur, bey der die Luft den Gränzen ihrer Ausdehnung oder Verdichtung (7) sehr nahe wäre – d. h. bey einer Luft, die ihre Fähigkeit sich auszudehnen nicht mehr in beträchtlich hohen Grade hätte, die Elasticität auch wohl nicht mehr völlig dem Producte, aus der Dichte in die Wärme proportional seyn. Allein dies ist bey einer Luft in unserer Atmosphäre, so weit wir in sie kommen, nie zu besorgen, (49 und 35. Anm. IV.)

73. Es würde nemlich, wenn man den Satz $\varepsilon = \delta v$ z. E. bis auf die Wärme $v = 0$, also bis auf den Grad der absoluten Kälte ausdehnen wolte, für $v = 0$, auch $\varepsilon = 0$ werden, die Dichte δ möchte dann seyn, was man wolte.

Man könnte also etwa denken, die Abwesenheit aller Wärme verwandele die Luft in einen festen unelastischen Körper von der Dichte δ, wobey man wie Hr. Lambert (Pyro-

rometrie § 53) sagt, an die sogenannte fixe (gebundene) Luft denken solle.

In der That leiten chymische Erfahrungen sehr leicht auf die wahrscheinliche Schlußfolge, daß alle Luftförmige Stoffe, durch Vereinigung der Feuermaterie mit einem andern Grundtheile gebildet werden.

So entbindet sich die dephlogistisirte Luft aus dem Salpeter, durch eine sehr starke Erhitzung, und was es auch für ein Bestandtheil seyn mag, der der dephlogistisirten Luft zum Grunde dient, so wird doch derselbe wohl ohne Zweifel durch den Beytritt des Feuers erst luftförmig, und wenn bey *Lavoisiers* Versuchen (in den Mem. de l'Ac. de Paris 1784) alle Bedenklichkeiten noch gehoben werden können, so wird selbst aus den Dämpfen des Wassers, wenn man sie durch ein glühendes eisernes Rohr leitet, ein luftförmiger Stoff erzeugt, und brennbare Luft erhielt er, wenn er Eisen oder Zinn, Holz oder Steinkohlen glühend in Wasser abkühlte, so wie er auch umgekehrt, aus dephlogistisirter und brennbarer Luft, wieder reines Wasser, so viel am Gewichte als beyde Luftarten zusammen betrugen, hervorbrachte.

Wiederum in andern Fällen, wo sich Luftarten ohne äussere Erhitzung der Gefässe, aus diesen oder jenen Stoffen abscheiden,

könnte

könnte man nach der Crawfordischen Theorie vom Feuer annehmen, daß die zusammengebrachten Stoffe, das nöthige Feuer selbst hergäben, welches sodann an andere Bestandtheile gebunden, Luftförmige Stoffe hervorbrächte.

Aber in einem solchen luftförmigen Stoffe müste man wohl die Wärme in doppelter Rücksicht betrachten, entweder in ihrem an andere Grundtheile gebundenen, oder in ihrem völlig freyen Zustande. Nur in dem leztern Falle würde sie auch auf das Thermometer mitwürken, und die Spannkraft der Luft verstärken.

Daß unter dem bisherigen v, nur die in der Luft befindliche freye Wärme, verstanden werden könne, wird wohl nach einigem Nachdenken von selbst erhellen.

Da könnte nun vielleicht, auch wenn alle Wärme gebunden wäre, also für $v = o$, die Luft doch wohl noch ihren luftförmigen Zustand, d. h. Spannkraft haben, weil wir eigentlich nicht wissen, worinn das Wesen der Spannkraft besteht; daß die Luft in einen festen unelastischen Körper übergehen müsse, ist wenigstens bey genaueren Nachdenken daraus nicht erweisbar.

Die gebundene Wärme könnte vielleicht die Ursache der Spannkraft an und für sich selbst seyn, und so bey unterschiedenen luftförmigen Stoffen, den Grund der spezifischen Federkräfte in sich enthalten. Wenn nun solchergestalt eine Luft von einer gewissen spezifischen Federkraft sich durch entbundene, oder freygemachte Wärme, wie jedes andere flüssige Wesen, ausdehnt, und dadurch ein gewisses Gewicht tragen kann, so könnte man dies auch Federkraft nennen, die wäre aber alsdann nur eine Folge dessen, daß das freygemachte Feuer die Lufttheilchen von einander zu entfernen strebt. Das wäre eine Verstärkung der natürlichen oder spezifischen Elasticität der Lufttheilchen.

Aber so viel wird wohl folgen, daß die Luft im gebundenen Zustande aller Wärme wohl keine beträchtliche Elasticität haben könne, in Vergleichung derjenigen, die sie hat, wenn sehr viel freyes Feuer in ihr vorhanden ist.

Und lezteres mögte wohl immer der Fall seyn. Wenigstens ist es gewiß, daß auch bey den äussersten Graden der Kälte, die wir kennen, die Luft noch immer ihren hohen Grad der Ausdehnbarkeit hat, und also gewiß noch lange keine absolute Kälte d. h. völlige Abwesenheit alles freyen Feuers in ihn seyn kann.

74. Wolte man indessen auch bey Abwesenheit aller Wärme also für $v = 0$, der Luft noch eine Elasticität, die ihrer Dichte δ proportional wäre, zugestatten, so nenne man diese Elasticität $= \lambda\delta$. Dann wäre überhaupt $\varepsilon = E. \frac{\delta}{D} \cdot \frac{v}{V} + \lambda\delta$

75. Es ist aber begreiflich, daß so bald v von dem Grade der absoluten Kälte weit entfernt ist, welches gewiß allemahl statt finden wird, wo wir auch mit oder in der Luft Beobachtungen anstellen, die Elasticität allemahl sehr groß seyn werde, gegen die, welche bey aller Abwesenheit der Wärme, der Luft noch übrig bleiben würde, daß man also allemahl den Theil $\lambda.\delta$ gegen den andern, der von der Wärme abhängt, als $= 0$ wird ansehen dürfen, mithin als eine der Wahrheit sehr nahe Formel immer blos

$$\varepsilon = E. \frac{\delta}{D} \cdot \frac{v}{V}$$

zu setzen erlaubt seyn wird.

76. Man stelle sich in einem cylindrischen Gefässe, dessen Grundfläche $= F$ und Höhe $= g$ wäre, eine Luftmasse vor, deren Dichte $= \delta$. Diese Luftmasse bekomme durch die Wärme ein Bestreben sich auszudehnen, so kan man dies als eine beschleunigende Kraft $= \phi$ betrachten, die die Masse $Fg.\delta$ zu bewegen sucht. Diese Bewegung aufzuhalten, so daß

der Raum $F.g$, und folglich auch die Dichte δ, ungeändert bleibe, ist eine bewegende Kraft $= F.g.\delta.\varphi$ erforderlich, und diese müste dann wohl dem Drucke der Quecksilbersäule ε gleich seyn.

Wäre nun auf eben die Art in demselben Raume eine Luft von einer andern Dichte $= D$, und einer Wärme, die die Luft mit der Kraft $= \varphi'$ zu beschleunigen suchte, so wäre der Druck einer Quecksilbersäule E erforderlich, um die bewegende Kraft $F.g.D.\varphi'$ aufzuhalten; dies gäbe also

$$\varepsilon : E = \delta.\varphi : D.\varphi'.$$

Wolte man demnach, wie es sehr wahrscheinlich ist, die beschleunigenden Kräfte φ, φ'; den Wärmen v; V selbst proportional setzen, so bekäme man

$$\varepsilon : E = \delta.v : D.V$$

So liesse sich also auch der Saz (70) erläutern.

77. Um die unterschiedenen Wärmen, in dieser oder jener Luftmasse, miteinander zu vergleichen, bediene man sich nach (31) eines Quecksilberthermometers, wie es dort beschrieben worden ist.

Gesezt also, Luft, deren Dichte $= \delta$, habe eine Wärme, v, bey der das Reaumürsche Quecksilberthermometer τ Grade über

dem

dem Gefrierpunkte zeigte, und eine Luft, deren Dichte $= D$, sey t solcher Grade warm, so ist das Verhältnis der Wärmen

$$v : V = 1 + A\tau : 1 + At.$$

Mithin der Elasticitäten

$$\epsilon : E = \delta.(1 + A\tau) : D(1 + At)$$

Wenn man also nur die beständige Grösse A für das Reaumürsche Thermometer weis, so kan man leicht für jede Dichten der Luft und Graden der Wärme nach diesem Thermometer, das Verhältnis der Spannkräfte der Luft, bestimmen.

Und umgekehrt das Verhältnis der Dichten

$$\frac{D}{\delta} = \frac{E.(1 + A\tau)}{\epsilon.(1 + At)}$$

78. Wenn Luft bey unterschiedenen Dichten und Wärmen einerley Spannkraft behalten soll, so ist für $E = \epsilon$

$$\frac{D}{\delta} = \frac{1 + A\tau}{1 + A.t} = \frac{v}{V}$$

oder die Dichten müssen sich verkehrt wie die Wärmen verhalten.

Anwendungen auf das Luftthermometer. Versuche mit demselben.

79. Es sey (Fig. 1) $ncAmd$ ein gewöhnliches Amontonisches Luftthermometer, die

die Röhre bey n offen, und die Kugel bey d zugeschmolzen. Der Theil mo der Röhre sey mit Quecksilber angefüllt, und in der Kugel reiche das Quecksilber bis an die Fläche ef. In dem Raum edf sey Luft, deren Dichte $= D$, und Wärme $= V$.

80. Stellt man sich die Quecksilberfläche fe, bis an den Punkt b der Röhre erweitert vor, so trägt die in edf eingeschlossene Luft, vermöge ihrer Spannkraft, erstlich die Quecksilbersäule bo, und zweitens den Druck der Atmosphäre, den ich $= g$ nennen will, welcher allemahl der Barometerhöhe gleich seyn wird. Also hat die Luft in edf eine Elasticität $E = g + bo$, bey einer Dichte $= D$ und Wärme $= V$.

Den Raum der Luft edf will ich $= S$ nennen.

81. Nun bekomme die in dem Raume $edf = S$ eingeschlossene Luft einen Zusatz von Wärme, den ich $= \triangle V$ nennen will, oder es sey nunmehr ihre Wärme $= v = V + \triangle V$

82. Diese Wärme v dehne die Luft in den Raum $\varepsilon d \varphi = S + \triangle S = \sigma$ aus. Ihre Dichtigkeit sey dadurch $= D - \triangle D = \delta$ geworden. Reicht nunmehr die Quecksilberfläche $\varepsilon \varphi$ erweitert, bis an den Punkt β der Röhre, und hat sich das Quecksilber in dem

Raume

Raume $\triangle S = ef\epsilon\varphi$ von o nach c in die Röhre begeben, so daß die Luft in $\epsilon d\varphi$ bey der Wärme $= v$ und Dichte $= \delta$, nunmehr die Quecksilbersäule $\epsilon = \beta c +$ der Barometerhöhe, die ich jezt $= G$ setzen will, tragen kan, so ist das Verhältnis der Spannkräfte in (80. 82)

$$E : \epsilon = V.D : v\delta$$

und das Verhältnis der Luftdichten, in dem umgekehrten Verhältnis der Räume edf, $\epsilon d\varphi$, oder

$$D : \delta = \sigma : S.$$

83. Demnach das Verhältnis der Wärmen

$$\frac{v}{V} = \frac{\epsilon}{E} \cdot \frac{D}{\delta} = \frac{\epsilon}{E} \cdot \frac{\sigma}{S}$$

oder auch

$$\frac{v}{V} = \frac{G + \beta c}{g + bo} \cdot \frac{\sigma}{S}$$

84. Hieraus erhellet zulänglich der Gebrauch des Luftthermometers, zur Vergleichung der wahren Wärmen.

Gesezt nemlich bey einer gewissen Barometerhöhe $= g$ habe man die Kugel des Luftthermometers in schmelzendes Eis gesenkt, und längst der Röhre den Punkt o des Quecksilbers, oder die Quecksilberhöhe bo bemerkt,

merkt, nachdem die Luft in dem Raume $edf = S$, die Temperatur V des schmelzenden Eises angenommen.

Nun habe man auch die Kugel in siedendes Wasser gebracht, und bey dieser Temperatur v, die Quecksilberhöhe βc, und den Raum $\varepsilon d \varphi$ der Luft gemessen. Hiesse dieser Raum jezt $= \sigma$, und wäre während dieser Versuche, die Barometerhöhe in der äussern Luft unverändert geblieben, so hätte man das Verhältnis der Temperaturen des schmelzenden Eises und siedenden Wassers durch die Formel

$$\frac{v}{V} = \frac{g + \beta c}{g + bo} \cdot \frac{\sigma}{S}.$$

85. Begreiflich kan v auch jede andere Temperatur bedeuten, je nachdem man das Luftthermometer in Wasser senkt, das nach dem Reaumürschen Quecksilberthermometer, diesen oder jenen Grad der Wärme hätte. Nur muß man bey jeder Temperatur die Höhe βc, und den Raum der Luft oder den Werth von σ wissen.

86. Gewöhnlich wird die Kugel des Luftthermometers in Vergleichung der Röhre so weit seyn, daß die Punkte β und b, (Fig. 1) bey jeder Temperatur ohne merklichen Fehler für einen angenommen werden dürfen.

Man setze nun überhaupt bey der Temperatur V (84) die Quecksilberhöhe $bo=a$, und bey jeder andern Temperatur v (85) βc oder $bc=a+x$, wo $oc=x$ so ist

$$\frac{v}{V}=\frac{g+a+x}{g+a}\cdot\frac{\sigma}{S}$$

87. Das beschwerlichste bey solchen Versuchen ist, die Räume S, σ die die Luft bey jeder Temperatur in der Kugel einnimmt, zu messen.

Dürfte man ohne merklichen Fehler $S=\sigma$ setzen, so gäbe dies blos für das Verhältnis der Wärmen

$$\frac{v}{V}=\frac{g+a+x}{g+a}$$

und das wäre denn die Vorschrift des Hrn. Amontons, zwo Wärmen mit einander zu vergleichen, die aber freylich nicht statt finden kann, wenn nicht der Raum der Luft in der Kugel mit dem innern Raum der Röhre verglichen, ansehnlich groß ist, damit, wenn das Quecksilber in der Röhre um die Höhe x steigt, dieses keine merkliche Aenderung in dem Raume der Luft S, und folglich in der Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft hervorbringe, und demnach sich die Wärme der eingeschlossenen Luft blos in dem Verhältnis der Höhen $g+a$; $g+a+x$ ändere, welche Höhen man denn jederzeit gerade zu

radezu aus der Barometerhöhe, und einer längst der Röhre angebrachten, in Zolle und Linien eingetheilten Scale erhielte, nach der Vorschrift des Hrn. Amontons in den Mem. de l'Acad. de Paris 1702.

Allein in jedem anderen Falle, wo man auch zugleich auf die Aenderung des Raumes der Luft in der Kugel Rücksicht nehmen muß, um das Verhältnis der Wärmen genau zu finden, würde die Scale nicht so einfach ausfallen, die Abtheilungen könnten einander nicht gleich seyn, wenn sie gleichen Veränderungen der Wärmen zugehören sollen.

88. Das vom Hrn. Amontons gebrauchte Thermometer hatte eine Kugel von 39 Linien im Durchmesser, und die Röhre war nur $\frac{1}{2}$ Linie im lichten weit. Die Röhre war 48 Zoll lang, und konnte nur so viel Quecksilber fassen, als den 275sten Theil des innern Raumes der Kugel füllte. Mithin konnten die Aenderungen in der Höhe des Quecksilbers in der Röhre, keine beträchtliche Aenderungen in der Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft verursachen, und wenn demnach Hr. A. längst der Röhre von *b* nach *n* herauf eine in Zolle und Linien eingetheilte Scale anbrachte, so durfte er zu der jedesmaliger Barometerhöhe nur die Höhen *bo*, *bc*, addiren, um die Quecksilbersäulen zu erhalten,

die mit der Federkraft der eingeschlossenen Luft *edf* das Gleichgewicht hielten, die also, weil sich der Raum der Luft in *edf* kaum um den 275ten Theil des Ganzen, folglich auch die Dichtigkeit der Luft nur um so etwas weniges änderte, ohne erheblichen Fehler, den jedesmaligen Wärmen dieser Luft proportional waren.

So fand Hr. L. bey der Temperatur V des gefrierenden Wassers die Höhe $g + a = 51''6'''$, und bey der Temperatur v des siedenden, $g + a + x = 73''0'''$. also

$$\frac{v}{V} = \frac{73}{51,5} = \frac{146}{103} = 1,417 \text{ oder}$$
$$V : v = 1000 : 1417.$$

89. Wenn man also die Temperatur des gefrierenden Wassers, durch die Zahl 1000 ausdrückte, so wäre die Wärme des siedenden = 1417

Man setze also an den Punkt *o* der Röhre, welcher der Temperatur des gefrierenden Wassers zugehöre, die Zahl 1000, und bey *c*, dem Siedepunkte, die Zahl 1417, und theile den Raum *oc* in 417 gleiche Theile, so hat man eine Scale, wie sie Hr. Lambert an dem Luftthermometer angebracht wissen will.

Für jede Zahl solcher Theile, die demnach das Quecksilber, z. E. bey *y* wiese, hätte

 man

man die Federkraft der in dem Raume *edf* eingeschlossenen Luft, in Vergleichung ihrer Federkraft bey der Temperatur *V* des gefrierenden Wassers, demnach das Verhältnis der Wärmen selbst.

Z. E. Für $oy = 236$ Theilen, bey einer gewissen Temperatur *w*, wäre

$$w : V = 1236 : 1000.$$

Herr Lambert findet indessen die Wärme des siedenden Wassers nach seinen Versuchen nicht $= 1417$, sondern nur $= 1370$, und theilt mithin den Raum *oc*, zwischen dem Eis- und Siedepunkt nur in 370 gleiche Theile.

90. Es ist nemlich klar, daß Amontons Zahl 1417 wohl etwas zu groß seyn wird, weil das Quecksilber in der Kugel und Röhre sich durch die Hitze selbst etwas ausdehnt, mithin nicht die ganze Höhe *bc* blos der Federkraft, oder der Wärme, der in *edf* eingeschlossenen Luft zuzuschreiben ist.

Um diese Korrection zu berechnen, müste man die Menge des Quecksilbers in der Kugel und Röhre wissen, und den Betrag ihrer Ausdehnung, sowohl in Rücksicht auf die Höhe *bc*, als auch auf den Raum der Luft in der Kugel berechnen, allein auch dabey wieder erwägen, daß sich auch selbst die Kugel durch die Hitze in etwas ausdehnt; welches

neue

neue Korrectionen veranlaßt, die sich wohl nicht so gar leicht bestimmen lassen mögten.

91. Auch müste man, um recht genau zu verfahren, die Kohäsionskräfte der Theile des Quecksilbers, sowohl unter sich, als mit dem Glase, in Erwägung ziehen.

Wäre nemlich die Röhre *bc* gegen die Kugel sehr enge, so würde, weil die Theile des Quecksilbers unter sich selbst stärker, als mit dem Glase zusammenhängen, die Höhe *bo* immer etwas zu niedrig ausfallen (Erxlebens Naturlehre § 188.) und nicht die Höhe erreichen, die der Spannkraft der Luft in der Kugel völlig gemäß wäre. Wie viel das betragen kann, ließe sich durch Versuche finden, wenn man z. E. die Kugel, wenn sie bey *d* noch nicht zugeschmolzen ist, bis an die Horizontalfläche *ef* mit Quecksilber füllte, und nachsähe, wie hoch das Queks. in dem engen Schenkel der Röhre stände. Man wird es z. E. bey *A* allemahl desto tiefer unter der erweiterten Horizontalfläche *ef* finden, je enger der Durchmesser der Röhre *bc*, gegen den Durchmesser *ef* ist. Ich habe wohl Unterschiede von 2, 3, 4, Linien gefunden, welches denn allerdings bey der bisherigen Untersuchung nicht ausser Acht zu lassen wäre.

92. Versuche von der Art findet man auch in des Hrn. Oberk. Luz. Beschreibung von Barometern §. 42 u. f.

93. Aus allem erhellet nun wohl, daß man bey den Zahlen für die Verhältnisse der Wärmen, auf Tausendtheilchen nie sicher rechnen darf, und man sich daher wohl nicht wundern wird, wenn Amontons für die Wärme des siedenden Wassers die Zahl 1417, Krucquius 1411, Poleni 1333, Lambert 1375 und so andere wieder etwas anders gefnnden haben, (Lamberts Pyrometrie § 89) besonders wenn man gar das mit erwägen will, daß sich in einer mehr oder minder feuchten Luft in dem Raume *edf*, wenn sie erhizt wird, eingeschlossene elastische Dämpfe erzeugen, welche demnächst auch wieder besonders auf die Höhe *bc* mitwürken, und so unterschiedene Resultate hervorbringen müssen.

94. Indessen hat aber das auch wohl nicht viel zu bedeuten, wenn man die Hitze des kochenden Wassers um einige Tausendtheile zu groß oder zu klein bekäme. Auf geringere Temperaturen, so wie sie etwa nur in unserer Atmosphäre vorkommen, würde das wenig oder gar keinen Einfluß haben.

95. Jezt werde ich zeigen, wie etwa zu verfahren wäre, wenn man bey Untersuchung

der Verhältnisse der Wärmen, auch die Räume der Luft, S, σ in dem Thermometer bey dieser oder jener Temperatur mit erwägen müste. Das wird allemahl erforderlich seyn, wenn die Kugel in Vergleichung mit der Röhre, nicht groß genug ist.

96. Erstlich ergiebt eine leichte Betrachtung, daß wenn in der Kugel die Quecksilberfläche ef, um die Höhe $e\varepsilon$ herabgesunken, hingegen das Quecksilber in der Röhre von o bis c gestiegen ist, der körperliche Raum $ef\varepsilon\phi = \Delta S$, allemahl dem körperlichen Raume oc im innern der Röhre gleich seyn muß.

97. Die körperlichen Räume in der Röhre und Kugel kann man nun jederzeit, wohl am bequemsten durch Gewichte Quecksilbers, das in diese Räume hineingehen würde, mit einander vergleichen.

Weil aber selbst die Röhre nicht durchaus von gleicher Weite seyn könnte, so muß auch diese vorher nach dem gewöhnlichen Verfahren kalibrirt werden, um ihre Ungleichheiten zu entdecken.

Das kan aber am bequemsten nachher geschehen, wenn die Kugel bey d schon zugeschmolzen ist.

98. Ehe man dieses Zuschmelzen vornimmt, fülle man durch die Oefnung *d* die ganze Kugel mit Quecksilber an; zugleich wird sich der Theil der Röhre mx auch mit Quecksilber anfüllen, welchen Punkt x man an der Röhre bezeichnen muß.

Die ganze Masse wiege man nun, und nenne das gefundene Gewicht des Quecksilbers und Glases zusammen $= P$. Hierauf leere man die Kugel wieder aus, und wiege das Glas des Thermometers allein. Das Gewicht desselben heisse π; so ist $P - \pi =$ dem Gewichte des in dem Raume der Kugel und der Röhre bis x, enthaltenen Quecksilbers, $xAmd$, welches $= T$ heissen mag.

99. Nun kann man *d* zuschmelzen, und zum Kalibriren der Röhre An schreiten.

Man läßt zu dem Ende eine Quecksilbersäule, von etwa 2 bis 3 Zollen, in die Röhre, welches, nachdem die Kugel bey *d* zugeschmolzen worden, durch Erwärmung und Wiedererkältung der Kugel, ohne grosse Mühe geschehen kan.

Diese Quecksilbersäule nehme in der Röhre, von dem untersten Punkt A angerechnet, den körperlichen Raum $A1 = i$ ein.

Neiget man nun die Röhre, oder erwärmt man die Kugel mit der Hand, so kan man leicht

leicht machen, daß sich diese Quecksilbersäule A 1, von 1 nach 2, von 2 nach 3 u. s. w. heraufzieht. Behält diese Säule an jedem Ort der Röhre immer einerley Länge $A1 = 1.2 = 2.3$ u. s. w. so ist das ein Merkmahl von der durchaus gleichen Weite der Röhre.

Im Gegentheil aber, wird da, wo die Röhre weiter ist, die Säule sich verkürzen, und sich verlängern, wo sie enger ist.

Allemahl werden aber doch die körperlichen Räume A 1; 1.2; 2.3; 3.4; u. s. w. gleich groß seyn, weil immer einerley Menge Quecksilbers sie ausfüllt. Hat man also längst einer an der Röhre angebrachten Scale nach und nach die Längen $A1$; $A2$; $A3$; $A4$ u. s. w. gemessen, so gehören diesen nach der Ordnung die körperlichen Räume i; $2.i$; $3.i$; u. s. w. zu; woraus man denn leicht für eine jede vorgegebene Länge z. E. Ax, Ao, Ac u. d. gl. durch Interpolation die körperlichen Räume Ax, Ao, Ac, berechnen kan, oder vielmehr die in sie hineingehende Gewichte Quecksilbers, wenn man nur das Gewicht i, weis, welches man leicht entweder unmittelbar, oder aus dem Gewichte einer andern etwa längern in die Röhre gelassenen Quecksilbersäule findet.

100. Ex. Beym Kalibriren der Röhre an meinem Luftthermometer fand ich das Ge-

wicht *i* der zum Kalibriren gebrauchten Säule *A* 1 sehr genau = 16 Gran, und nun nach der Ordnung von dem untersten Punkte *A* angerechnet in Pariser Maaß.

Längen	Zugehörige Gewichte des Quecksilbers
'' '''	
A 1 = 2. 6,0	Gewicht *A* 1 = *i* = 16 Gran.
A 2 = 4. 11,5	" " *A* 2 = 2. *i* = 32
A 3 = 7. 5,5	" " *A* 3 = 3. *i* = 48
A 4 = 9. 11,0	" " *A* 4 = 4. *i* = 64
A 5 = 12. 5,6	" " *A* 5 = 5. *i* = 80
A 6 = 15. 0,0	" " *A* 6 = 6. *i* = 96
A 7 = 17. 7,0	" " *A* 7 = 7. *i* = 112
A 8 = 20. 1,7	" " *A* 8 = 8. *i* = 128
A 9 = 22. 9,2	" " *A* 9 = 9. *i* = 144
A 10 = 25. 5,1	" " *A* 10 = 10. *i* = 160

101. Gesezt also, man wolle z. B. für die Länge *Ac* = 15 Zoll 7,9 Lin. das Gewicht des Quecksilbers in dem körperlichen Raume *Ac* finden, so würde man durch Proportionaltheile, weil *Ac* zwischen *A*6 und *A*7 in der Tafel fiele, das zugehörige Gewicht = 6. *i* + 4,1 Gran = 96 + 4,1 = 100,1 Gran finden.

102. Ist man solchergestalt durch das Kalibriren der Röhre so weit gekommen, daß man für jede Länge, wie *Ao*, an der längst der Röhre angebrachten Scale, den dieser Länge *Ao* im innern der Röhre entsprechenden

den körperlichen Raum in Granen Quecksilbers ausgedrückt, berechnen kan, so wird es nun leicht seyn, für jede Masse Quecksilbers, die z. B. einen Theil der Röhre, *Ao*, und einen Theil der Kugel etwa bis *ef* ausfüllte, auch den Raum *edf* der Luft in der Kugel zu berechnen.

103. Gesezt das Gewicht des in die Röhre und Kugel gelassenen Quecksilbers *oAmef* heisse *Q*.

Man findet es, wenn man von dem ganzen Gewicht des Glases und Quecks. *oAmf* welches ich $=R$ setzen will, das Gewicht π des Glases (98) abziehet, oder $Q=R-\pi$.

Des Quecksilbers Fläche *ef* bis an die Röhre verlangert, giebt an der Röhre die Länge *Ab*; Aus dieser findet man nach (101) das Gewicht des in dem Raume *Ab* enthaltenen Quecksilbers $=p$, wenn man es nöthig fände.

Ferner sey das Gewicht des Quecksilbers in dem Raume $Ax=q$. Den Punkt *x* hatte man an der Röhre bezeichnet (98). Das Gewicht Quecksilbers in dem Raume *Ao* heisse *r*.

104. So ist das Gewicht des Queks. in dem Raume $xo=r-q$.

105. Folglich das Gew. desselben in dem Raume $xAmef$ = dem Gewichte in dem Raume $oAmef$ (103) weniger dem Gew. in dem Raume $xo = Q - (r - q)$.

106. Nun war das Gewicht des in dem Raume $xAmd$ (98) enthaltenen Quecks. $= T$, demnach endlich

107. $T - (Q - (r - q)) = T - Q + (r - q)$ das Gewicht des in den Raum $xAmd - xAmef$, oder in den Raum edf der Luft in der Kugel, hineingehenden Quecksilbers.

108. Dieses Gewicht in Granen mag nun $= S$ heissen, so drückt solches den Raum der Luft in der Kugel aus, wenn das Quecksilber in der Röhre bis an den Punkt o reicht.

109. Dieser Punkt o könnte an der Röhre einer gewissen Temperatur V der Luft in dem Raume edf, zugehören.

110. Wenn nun bey einer gewissen anderen Temperatur $= v$ der Raum der Luft, $edf = S$, sich in $\varepsilon d\varphi = \sigma = S + \triangle S$ verwandelte, so würde der Theil Quecksilbers $ef\varepsilon\varphi$ aus der Kugel, in die Röhre z. E. von o nach c herauftreten, und da wäre denn die Masse Quecksilbers in dem Raume $oc = \triangle S$ (96). Aber dieses Gewicht $\triangle S$,

würde

würde man finden, wenn man aus der Höhe Ac das Gewicht $= u$ des Quecksilbers in diesem Raum Ac nach (100. 101) berechnete, und davon das Gewicht $Ao = r$ (103) abzöge, da wäre denn $\triangle S = u - r$, mithin $r = S + \triangle S$ gefunden.

Versuche mit dem Luftthherm. (100) die Temperatur des schmelzenden Eises, mit der Hitze des kochenden Wassers zu vergleichen.

111. I. **Abmessungen des erwähnten Thermometers.**

Nachdem ich die Kugel des Therm. und einen Theil der Röhre bis x mit Quecksilber angefüllt hatte, fand ich nach Abzug des Gewichts des Glases nach (98) das Gewicht des Quecksilbers in dem Raume $xAmd =$ 3072 Gran $= T$.

II. Von dem niedrigsten Punkte A der Röhre, von dem das Kalibriren (100) angefangen war, fand ich die Höhe $Ax =$ 1 Zoll 7,7 lin. parif. Maaß.

III. Folglich nach dem Verfahren wie (101) das Gewicht des Quecksilbers in dem Raume $Ax = 10,5$ Gran $= q$ (103).

IV. Nun wurde ein Theil der Kugel bis an die Horizontalfläche ef mit Quecks. gefüllt,

füllt, und in der Röhre stand das Quecksilber bis an den Punkt o, nachdem das Luftthermometer in die Temperatur des schmelzenden Eises gebracht wurde. Die ganze Masse des Quecks. von dem Punkte o der Röhre bis an die Fläche ef in der Kugel, betrug am Gewichte 647,5 Gran $= Q$ (103) und die Höhe Ao fand sich $=$ 4 Zoll. 6, 6. l. und $Ab = 6, 8$ l.

V. Demnach (wie 101) das Gewicht des Quecks. in dem Raume $Ao =$ 29,4 Gran $= r$. (103)

VI. Hieraus findet sich das Gewicht des Quecks. in dem Raume $edf = T - Q + r - q =$ 3072 — 647,5 + 29,4 — 10,5 = 2443,4 Gr. $= S$.

Das wäre denn der Raum der Luft in der Kugel, wenn sie die Temperatur V des gefrierenden Wassers, oder schmelzenden Eises hätte.

VII. Nun wurde das Luftthermometer in kochendes Wasser gebracht, und das Quecksilber stieg bis an den Punkt c der Röhre, so daß $Ac =$ 15 Zoll 4,4 lin. gefunden wurde.

VIII. Das Quecksilber in diesem Raume würde nach (101) 98,2 Gran $= u$ (110) wiegen.

IX. Also

IX. Also $\triangle S = u - r = 98,2 - 29,4 = 68,8$.

Demnach der Raum der Luft in der Kugel bey der Temperatur v des kochenden Wassers $= \sigma = S + \triangle S = 2512,2$ Gr.

X. Bey diesen Versuchen war die Barometerhöhe $g = 27$. Zoll 1,8 l. $= 325,8$ l. par. Maaß (den 23. Jan. 1786).

XI. Nun ist a in der Formel (86) $= Ao - Ab = 4$ Zoll 6,6. lin. $- 6,8$ l. $= 47,8$ lin.

Und $x = Ac - Ao = 15$ Z. 4,4 l. -- 4 Z. 6,6 l. $= 129,8$ lin.

XII. Demnach $g + a = 373,6$ l.

$g + a + x = 503,4$ l.

XIII. Diese Werthe sind aber wegen (91) ohngefähr um 3 Linien zu klein, demnach die verbesserten Werthe

$$g + a = 376,6$$
$$g + a + x = 506,4$$

XIV. Aus dem Bisherigen würde sich nun finden (86)

$$\frac{v}{V} = \frac{506,4}{376,6} \cdot \frac{2512}{2443}$$

Oder

Oder durch Logarithmen

$$l\ 506{,}4 = 2{,}70449;\quad l.\ 376{,}6 = 2{,}57588$$
$$l\ 2512 = 3{,}40002\quad l.\ 2443 = 3{,}38792$$
$$6{,}10451 \qquad 5{,}96380$$
$$5{,}96380$$
$$\log \frac{v}{V} = 0{,}14071$$

Also $\frac{v}{V} = 1{,}382$

Oder die Temperatur des schmelzenden Eises zu 1 angenommen, ist die Temperatur des kochenden Wassers bey der Barometerhöhe (X) = 1,382.

112. Bey diesem Versuche ist auf die etwanige Ausdehnung des Quecksilbers (90) nicht Rücksicht genommen. Wolte man sie mit erwägen, so müste man erstlich die Ausdehnung der obigen Quecksilbermasse in der Kugel berechnen.

Diese Masse war (111. IV) von dem Punkte *o* der Röhre bis an die Fläche *ef* in der Kugel am Gewichte = 647,5 Gr. Von *A* bis *o* betrug das Gewicht = 29,4 Gr. Dies vom erstern abgezogen, giebt das Quecks. in dem Raume *Amef* = 618,1 Gr. Diese Masse dehnt sich von der Temp. des schmelzenden Eises bis zu der des kochenden Wassers um 0,0156 ihres Raumes aus. (14). Demnach ist die Ausdehnung = 618. 0,0156 = 9,6 Gran.

Um

Um so viel würde der Raum der Luft in der Kugel, wegen der Ausdehnung des Quecksilbers Aef bey der Hitze des kochenden Wassers, geringer als oben (IX) angesezt werden müssen. Also wäre der verbesserte Raum $\sigma = 2512,2 - 9,6 = 2502,6$, wofür ich 2503 Gr. setzen will.

Zweitens würde auch die Quecksilbersäule $Ac = 15$ Zoll 4,4 l. wegen (90) etwas zu groß, um zwar um den Werth $0,0156 . Ac = 2,8$ lin. grösser, als blos wegen der Spannkraft der Luft in der Kugel. Also wäre auch obiger Werth $g + a + x$ (XIII.) um 2,8 Linien zu groß, also der verbesserte Werth $= 503,6$.

113. Das gäbe also nunmehr genauer

$$\frac{v}{V} = \frac{503,6}{376,6} \cdot \frac{2503}{2443} = 1,370$$

114. Hiebey ist nun freylich wieder nicht auf die Ausdehnung des Glases des Thermometers Rücksicht genommen; da aber diese so leicht nicht zu bestimmen, und zweitens auch wohl nicht sehr erheblich seyn dürfte, so will ich sie gänzlich beyseite setzen, und es bey dem Resultate (113) bewenden lassen.

115. Ein sehr gutes, von dem Herrn Oberkaplan Luz in Gunzenhausen verfertigtes Reau-

Reaumürisches Quecksilberthermometer, dessen Siedepunkt bey einer Barometerhöhe von 27 Zoll. 8 Lin. (par. Maaß) bestimmt worden war, wurde zugleich mit in die Temperaturen (111. IV und VII) in denen sich das Luftthermometer befand, gebracht. In der ersten Temperatur (111. IV) stand das Quecksilber genau auf 0 Grad, in der lezten (VII) aber nur auf 79,3 Grad. Also gehört die Wärme $v = 1,370$ (113) nach diesem Luzischen Thermometer nur der Temperatur von 79,3 Gr. zu.

Schliest man nun

$$79,3 : 80 = 370 : 373,8$$

so gäbe dies die Wärme, welche dem 80ten Grade dieses Thermometers zugehören würde $= 1,3738$, oder beynahe $v = 1,374$.

Das wäre demnach die Wärme des siedenden Wassers bey einer Barometerhöhe von 27 Zoll 8 Linien.

116. Da man ein für allemahl den Siedepunkt an einem Thermometer, bey einem gewissen Barometerstande festsetzen muß, und hierzu mit Hrn. de Luc, wohl am bequemsten der von 27 Zollen angenommen wird, bey dem Versuche (111. VII) aber die Barometerhöhe g (111. X) nahe an 27 Zollen war, so stelle man sich den Raum von 79,3 Graden des vorhin erwähnten Luzischen Thermometers

mometers in 80 gleiche Theile getheilt vor, so würde man ein Thermometer *B* bekommen, dessen Siedepunkte 80 bey einer Barometerhöhe von 27 Zollen 1,8 l. wofür ich ohne merklichen Fehler 27 Zoll annehmen kan, eine Wärme $v = 1,370$ zugehörte. Jeder Grad dieses Thermometers *B* würde aber zu einem Grade des Luzischen sich verhalten wie 79,3 zu 80, oder 79,3 Grade des Luzischen Th. betrügen 80 des Thermometers *B*.

Fernere Versuche, um die Wärmen bey anderen Temperaturen nach dem Reaumürschen Quecksilberthermometer, mit der Temperatur des schmelzenden Eises zu vergleichen.

117. Nachdem das Luftthermometer (111. VII) im kochenden Wasser beobachtet worden war, so ließ ich nun nach und nach das Wasser erkalten, und bemerkte bey einer jeden Temperatur, die das Wasser nach dem Luzischen Thermometer hatte, die Höhe Ac des Quecksilbers in dem Luftthermometer, wie in (111. VII) bey der Temperatur des kochenden Wassers geschah; und berechnete daraus völlig wie am angeführten Orte, die einer jeden Temperatur zugehörigen Werthe von $g+a+x$, und σ, corrigirte sie nach Maasgabe einer jeden Temperatur (wegen 112) und leitete daraus nach der Formel (86) die Verhältnisse der Wärmen her.

 Weil

Weil aber das dabey gebrauchte Luzische Thermometer (115) den Siedepunkt nicht für 27 Zoll Barometerhöhe angiebt, ich aber jede Temperatur des Wassers, worin sich das Luftthermometer befand, nach einem Thermometer angeben wolte, welches wie das (116) erwähnte *B* beschaffen seyn solte, so muste ich die beobachteten Grade des Luzischen Th. auf das leztere Therm. *B* vorher reduciren; dies gab mir sodann nachstehende Resultate.

Temperat. nach Luzens Therm.	Temp. nach d. Therm. *B*.	Quecksilb. säulen $g + a + x$	Räume der Luft $= \sigma$	Verhältnisse der Wärmen $= \frac{v}{V}$	Werthe von *A*. Zähler = 1.
0	0	376,6	2443	1,000	Nenner.
10,8	10,9	394,6	2452	1,051	214
30,9	31,2	428,4	2468	1,149	209
41,3	41,6	444,3	2475	1,195	214
50,5	51,0	460,0	2483	1,241	212
58,5	59,0	472,4	2488	1,277	213
64,4	65,0	482,3	2493	1,307	212
70,4	71,0	491,0	2497	1,332	215
79,3	80,0	503,6	2503	1,370	216

Was die Werthe in der leztern Verticalreihe bedeuten, werde ich hernach erklären.

118. Zur Erläuterung des übrigen will ich z. E. die Horizontalreihen, welche zum

58,5

58,5 Grade des Luzischen Therm. hier wörtlich erklären. Ihre Bedeutung ist:

Bey einer Temperatur von 58,5 Grade des Luzischen Thermometers (115) oder bey einer Temperatur von 59 Graden nach einem Thermometer, dessen Siedepunkt bey 27 Zoll Barometerhöhe bestimmt worden wäre, und das zwischen dem Eis und Siedepunkte 80 gleiche Theile hätte, war die Spannkraft der Luft in dem Luftthermometer so groß, daß sie eine Quecksilbersäule von 472,4 pariser Linien tragen konnte, und der Raum der Luft in der Kugel war 2488 Gran, und die Wärme v einer Temperatur von 59 Graden, verhielte sich zur Wärme $V = 1$ des schmelzenden Eises, wie 1,277 : 1.

119. Die Vorsichten, die ich bey diesen Versuchen beobachtete, werden sich jedem, der ähnliche anstellen will, leicht von selbst ergeben; das Gefäß, worin sich das Wasser befand, war übrigens so tief, daß ich allemahl nicht nur die Kugel des Luftthermometers, sondern auch die Röhre, so hoch als in ihr das Quecksilber jedesmahl stand, ganz unter Wasser hatte, damit auch das sämmtliche Quecksilber in dem Luftthermometer einerley Temperatur hatte, und dieser Temperatur gemäß, in Ansehung seiner Ausdehnung corrigirt werden konnte. Das Luzische

Thermometer wurde dabey allemahl ohngefähr in einerley Tiefe mit der Kugel des Luftthermometers, in das Wasser gebracht, um etwanigen kleinen Ungleichheiten der Temperaturen, in unterschiedenen Tiefen unter der Oberfläche des Wassers auszubeugen. In dem Augenblicke, da ein Gehülfe die Temperatur an dem Luzischen Therm. beobachtete, wurde an einer längst der Röhre des Luftthermometers angebrachten Scale, die Höhe der Quecksilbersäule, die die Luft in der Kugel vermöge ihrer Spannkraft trug, bemerkt. Die Barometerhöhe hatte sich während des ganzen Versuchs, der etwa $2\frac{1}{2}$ Stunde dauerte, um nichts merkliches geändert. Ich bediente mich dazu eines ausgekochten Barometers, das in einem Zimmer hieng, dessen Temperatur nicht so sehr von der des gefrierenden Wassers unterschieden war, daß ich auch in Ansehung der Barometerhöhe, eine Korrection wegen der Wärme vorzunehmen für nöthig erachtet hätte.

120. Ich habe diese Versuche vorzüglich deswegen mit angestellt, um den Werth von A in der Formel $v = 1 + A.t$, welche ich oben für die Ausmessung der wahren Wärmen vermittelst eines Reaumürschen Quecksilberthermometers, gefunden habe, mit der nöthigen Genauigkeit daraus herzuleiten. Weil nemlich die Tafel (117) für eine jede

Temperatur $= t$ des Reaumürschen Quecksilberth. die Wärme v in Vergleichung der bey der Temperatur des schmelzenden Eises zur Einheit angenommenen Wärme V giebt, so kan man aus jedem Paare zusammengehöriger Werthe von t und $\frac{v}{V}$, oder (weil $V = 1$) von t und v, den Koefficienten

$$A = \frac{v - 1}{t}$$

bestimmen.

Z. E. für $t = 41,6$ Grad des Thermometers B (115) ist $v = 1,195$. (117); und folglich

$$A = \frac{0,195}{41,6} = \frac{195}{41600} = \frac{1}{214}$$

weil $\frac{41600}{195} = 214$ beynah.

Die Zahlen in der leztern Verticalreihe (117) sind also die Nenner von Brüchen, welche den Werth von A vorstellen, den Zähler allemahl $= 1$ angenommen.

121. Man siehet, daß die Zahlen (117) dieser Reihe, nicht so sehr von einander unterschieden sind, daß man die geringen Unterschiede, nicht Fehlern der Beobachtung Schuld

 geben

geben dürfte. Nimmt man demnach aus allen das Mittel, so ergiebt sich beynahe

$$A = \frac{1}{213} \text{ und zwar}$$

für ein Thermometer, das wie (115) den Siedepunkt bey 27 Zoll Barometerhöhe hätte.

Diese Grösse $\frac{1}{213}$ stimmt sehr gut mit Hrn. de Luc's bekanntem Bruche $\frac{1}{215}$ überein.

122. Uebrigens erhellet aber zugleich, daß der Werth von A gewissermassen von dem Thermometer selbst anhängen muß, je nachdem nemlich dessen Siedepunkt bey dieser oder jener Barometerhöhe bestimmt worden ist.

So würden z. B. für das Luzische Thermometer (115) die Werthe von A in der Verticalreihe (117) etwas anders ausfallen, als sie daselbst für die Temperaturen nach dem Thermometer B gefunden wurden. Nennt man den Werth von A für ein anderes Thermometer $C = A'$, so verhalten sich beide Werthe von A und A' verkehrt, wie die Anzahl von Graden, die beyde Thermometer in einerley Wärme zeigen.

Gesezt nemlich ein Reaumürsches Quek-silberthermometer C, dessen Siedepunkt (80) bey einer Barometerhöhe $= G$ bestimmt worden wäre, zeigte in einem Wasser, dessen Wärme $= v$ wäre, τ Grade, und ein anderes Thermometer B, dessen Siedepunkt 80, bey einer Barometerhöhe $= g$ bestimmt worden wäre, wiese in eben dem Wasser, t Grade; so ist

$v = 1 + A'\tau$, wenn man sich des Thermometers C zur Ausmessung der Wärmen bediente, und

$v = 1 + A.t$, wenn man sich des Thermometers B dazu bediente, also

$$1 + A'\tau = 1 + At, \text{ folglich}$$

$$A' = A. \frac{t}{\tau}$$

oder $A' : A = t : \tau$

Z. E. Das Luzische Thermometer wiese bey der Wärme $v = 1,277$; $\tau = 58,5$ Grade, und das andere Thermometer B; $t = 59,0$ Grade (117). Weil also für das leztere der Werth $A = \frac{1}{213}$ gefunden worden ist, so würde für das Luzische Thermometer der Werth $A' = \frac{1}{213} . \frac{590}{585} = \frac{1}{211}$ seyn.

Der Unterschied ist begreiflich von keiner grossen Erheblichkeit, und kan in den meisten

Fällen weggelassen werden, wenn bey zweyen Thermometern der Siedepunkt auch bey, um einen ganzen Zoll von einander unterschiedenen Barometerhöhen bestimmt worden wäre.

123. Wie man nun ein jedes Thermometer, für welches man den Werth von A gefunden hat, mit einer Gradleiter, die sogleich wahre Verhältnisse der Wärmen angiebt, versehen könne, davon ist oben bereits das nöthige beygebracht worden.

124. Doch muß ich hiebey noch dieses erinnern, daß eigentlich ein solches Thermometer nur die Verhältnisse der Wärmen, oder der Intensitäten der Wärme in Materien von einerley Art, angiebt.

Gesezt ein Thermometer zeigte in Wasser gehalten die Temperatur t, so verhielte sich in diesem Wasser die Intensität der Wärme, zu der im gefrierenden Wasser $= 1 + At : 1$

Zeigte aber dieses Thermometer in ein anderes flüssige Wesen, z. E. in Oel gehalten, die erwähnte Temperatur t, so ist noch nicht erwiesen, daß auch die Intensität der Wärme in diesem Oele, zu der im gefrierenden Wasser $= 1 + At : 1$ sich verhalten müsse.

Es

Es könnten vielleicht die Intensitäten des freyen Feuers im Oele und Wasser, wohl von einander unterschieden seyn, und doch könnte in beyden flüssigen Materien das Thermometer gleich hoch stehen, und umgekehrt.

Man muß sich nemlich vorstellen, das Queksilber im Thermometer steige, weil die Wärme, oder das freye Elementarfeuer in dasselbe hineindringt, etwa vermöge der anziehenden Kraft, oder der Verwandschaft des Queksilbers gegen die Wärme. Befänden sich nun in verschiedenen Materien, in Oele und Wasser, gleiche Intensitäten der Wärme, würde aber z. B. die Wärme von dem Oele stärker angezogen, als von dem Wasser, so würde sie aus dem Wasser leichter, und in grösserer Menge in das Queksilber des Thermometers übergehen, als aus dem Oele, es würde also das Thermometer in dem Oele nicht so hoch, als in dem Wasser steigen, wenn gleich in beyden flüssigen Materien einerley Intensität der Wärme vorhanden wäre.

125. So viel wird aber wohl ohne Zweifel richtig seyn, daß sich die Intensität der Wärme eines Oeles, das die Temperatur t hätte, zur Intensität der Wärme eines Oeles, welches die Temperatur $= 0$ hätte, verhalten würde wie $1 + At : 1$, oder daß überhaupt ein Thermometer, Verhältnisse

der Wärmen, nur in flüssigen Materien von einerley Art angiebt.

§ 6.

Ueber die Ausdehnung der Luft durch die Wärme, bey immer gleichbleibender Spannkraft derselben.

126. Indem sich die Luft in dem Raume *edf*, des Luftthermometers durch Vermehrung der Wärme, sich in den Raum *ɛdφ* ausbreitet, so steigt zwar das Quecksilber in dem langen Schenkel z. E. von *o* bis *c*, so daß der körperliche Raum $oc = e\varepsilon f\varphi$; Allein diese Quecksilbersäule *oc* drückt dagegen auch wieder auf die Luft in dem Raume *φdɛ* zurück, und verursacht dadurch, daß sich diese Luft nicht völlig so ausbreiten kann, wie es der ganzen Würkung der Wärme gemäß wäre, weil sie durch die Quecksilbersäule *oc* zugleich wieder verdichtet wird.

Wolte man den Raum *efqp* finden, um den sich eine Luft in dem Raume $edf = S$, deren Elasticität $= E$, und Dichte $= D$ wäre, durch einen gewissen Zusatz der Wärme völlig auszubreiten vermag, so müste man sich eigentlich den Theil *on* der Röhre weggedenken, so daß das Quecksilber bey *o* ausfliessen könnte, so wie sich die Luft in dem Raume

me edf durch Vermehrung der Wärme ausbreitete. Die Menge des bey o ausgelaufenen Quecksilbers, könnte man durch Erfahrung bestimmen, und dadurch den ganzen Raum $qefp$ finden, um den sich eine Luft, die den beständigen Druck einer Quecksilbersäule $E = g + bo$ (80) litte, deren Spannkraft also ungeändert bliebe, durch einen Zusatz der Wärme ausbreiten würde.

127. Allein man kann dies noch auf eine leichtere Art finden. Man nenne den Raum $qdp = s$, und die Dichte der Luft in demselben $= \delta'$, die Wärme $= v$ ihre Spannkraft $E = g + bo$, so hat man erstlich, wenn das Quecksilber bey o auslaufen könnte, beständig $E = \delta.' v = \frac{v}{s}$

Folglich wenn die Luft noch den Raum $edf = S$ einnimmt, und in demselben, bey der Wärme V, die Dichte D hat, auch $E = D.\ V = \frac{V}{S}$. Demnach

$$\frac{v}{s} = \frac{V}{S}, \text{ oder } \frac{v}{V} = \frac{s}{S}$$

Wenn aber die Röhre wie bey den Versuchen (117) bey o nicht aufhört, sondern das Quecksilber in ihr, von o bis c steigen

kan,

kan, wenn die Wärme v, die Luft in den Raum $\varepsilon\delta\phi = \sigma$ ausdehnt, so ist auch

$$\frac{v}{V} = \frac{g + a + x}{g + a} \cdot \frac{\sigma}{S} \quad (86)$$

Also auch $\frac{s}{S} = \frac{g + a + x}{g + a} \cdot \frac{\sigma}{S}$. Das heißt: Man darf nur die Verhältnisse der Wärmen $\frac{v}{V}$, in einem Luftthermometer, wo das Quecksilber über den Punkt o der Röhre hinaufsteigen kan, nach (117) bestimmen, so hat man auch die Verhältnisse der Räume $\frac{s}{S}$, oder $q\,d\,p$, $e\,d\,f$, in die eine Luft, die den beständigen Druck $E = g + bo = g + a$ litte, bey den Wärmen v, V, ausgedehnt seyn würde. So würde also z. E. die Zahl 1,370 in der Tafel (117) auch die Ausdehnung der Luft von der Temperatur des gefrierenden Wassers, bis zur Hitze des kochenden, bey einem immer gleichbleibenden Drucke derselben, angeben, oder man hätte den Raum $q\,d\,p = 1,370$ bey der Temperatur $t = 80$, wenn der Raum $e\,d\,f$ bey der Temperatur $t = 0$ für die Einheit angenommen worden.

§. 7?

§. 7.

Ueber die Dichte der Luft bey jeder Barometerhöhe und Temperatur, in Vergleichung mit der Dichte des Quecksilbers.

128. Die Dichte des Quecksilbers, wenn es die Temperatur des gefrierenden Wassers hat, will ich = 1 setzen. Da sich bekanntlich diese Dichte bey unterschiedenen Wärmen etwas verändert, so muß man, ein für allemahl eine gewisse Temperatur desselben festsetzen, und dazu werde ich die erwähnte Temperatur wählen.

129. Nun verhalte sich die Dichte der Luft = D zur Dichte des Quecksilbers (128) = $m : 1$, wenn die Barometerhöhe oder der Druck der Atmosphäre = E = 28 paris. Zolle und das Reaumürsche Quecksilberthermometer auf dem Gefrierpunkte stehet, also in der Luft die Temperatur $t = 0$ wäre.

130. Weil nun überhaupt bey den Temperaturen t und τ der Luft, und den Barometerhöhen E, ε', das Verhältniß der Luftdichten δ', D durch die Formel (77)

$$\frac{\delta'}{D} = \frac{\varepsilon'}{E} \cdot \frac{1 + At}{1 + A\tau}$$

aus-

ausgedruckt wird, und in dieser Formel für $E = 28$, $t = 0$, der Werth von D in Vergleichung der Dichte des Quecksilbers $= m$ ist, so ist für jede andere Temperatur der Luft$=\tau$, und Barometerhöhe $=\varepsilon'$ der Werth von δ' in Vergleichung der Dichte des Quecksilbers, oder

$$\delta' = \frac{m\,\varepsilon'}{28(1+A\tau)}$$

131. Um hier die beständige Grösse m (129) zu finden, müste man z. E. für eine gewisse bekannte Barometerhöhe ε', und Temperatur τ, die Dichte der Luft δ' aus einer Erfahrung wissen; gesetzt z. E. man wollte das Beyspiel des Hrn. de Luc. (M. d. Atmosphäre §. 789) vermöge dessen für $\tau = +10$, und $\varepsilon' = 27$ pariser Zolle, sich die Dichte der Luft zu der des Quecksilbers verhielt $= \frac{1}{11232} : 1$ für eine würkliche Erfahrung annehmen, so gäbe dies den Bruch

$$\frac{m \cdot 27}{28 \cdot (1 + A \cdot 10)} = \frac{1}{11232}$$

und hieraus $m = \frac{28}{27} \cdot \frac{1}{11232}\,(1 + A.\,10)$

Oben ist für ein Thermometer, dessen Siedepunkt bey 27 Zoll Barometerhöhe bestimmt

worden

worden wäre, $A = \frac{1}{213}$ gefunden worden. Hr. De Luc. setzt $\frac{1}{215}$. Wenn ich also diesen de Luckischen Werth, als um etwas unerhebliches von dem erstern unterschieden, beybehalte, so finde ich durch Logarithmen

$$m = \frac{28}{27} \cdot \frac{1}{11232} \cdot \frac{225}{215} = \frac{1}{10350}$$

für $A = \frac{1}{213}$ aber $m = \frac{1}{10345}$, ohne beträchtlichen Fehler mit dem erstern Werthe einerley.

132. Also hätte man unter der Voraussetzung (131) für jede Barometerhöhe $= \varepsilon'$ und Temperatur $= \tau$ nach dem erwähnten Thermometer (131), das Verhältniß der Dichte der Luft zu der des Quecksilbers

$$= \frac{1}{10350} \cdot \frac{\varepsilon'}{28} \cdot \frac{1}{(1 + A\tau)} \text{ zu } 1.$$

Ich werde indessen in der Folge zeigen, wie man den Werth von m auf eine leichte Art vermittelst der Formeln für das Höhenmessen mit dem Barometer finden könne.

133. Man könnte nach dieser Formel leicht eine Tafel berechnen, wie man dergleichen auch würklich schon hin und wieder

findet

findet. Zu meiner Absicht in der Folge habe ich aber eine solche Tafel nicht nöthig.

§. 8.

Ueber das Höhenmessen vermittelst des Barometers, mit Erwägung des Gesetzes, nach welchem die Wärme von unten nach oben in der Luft abnimmt.

134. Nach den bisherigen Vorbereitungen sey nun (*Fig.* 2) C der Mittelpunkt der Erde, CM eine Verticallinie durch O, einem Orte auf der Oberfläche der Erde M und m ein paar unendlich nahe neben einander liegende Punkte, in der Verticallinie CM; die Höhe $OM = h$, ausgedrückt in Theilen des Halbmessers der Erde CO, den ich für die Einheit annehme, so ist $Mm = dh$ = dem Differenziale der Höhe OM.

135. Ferner sey

	bey O	bey M	bey m
Der Dichte der Luft =	1	δ	$\delta - d\delta$
Die Barometerhöhe =	1	ε	$\varepsilon - d\varepsilon$
Die Wärme =	1	v	$v - dv$

So hat man nach dem Gesetz (75)

$$\varepsilon = \delta \cdot v$$

wo man also die Grössen ε, δ, v, nicht absolut, sondern relativ, in Vergleichung der

bey

bey O angenommenen Einheiten, verstehen muß.

136. Hiessen nemlich, die absolute Dichte der Luft bey $O = \delta'$, bey $M = D$; die absolute Wärme bey $O = V$ bey $M = u$; die absolute Barometerhöhe bey $O = E$ bey $M = \varepsilon'$, so wäre eigentlich

$$\frac{\varepsilon'}{E} = \frac{\delta'}{D} \cdot \frac{u}{V} \text{ nach (75)}$$

Wenn ich demnach der einfachern Bezeichnung wegen in (135) blos $\varepsilon = \delta \cdot \upsilon$ setze, so erhellet, daß man unter den Werthen von ε, δ, υ, eigentlich die Brüche

$$\frac{\varepsilon'}{E}; \frac{\delta'}{D}; \frac{u}{V}$$

zu verstehen habe.

137. Die Dichte der Luft bey O wird von der dasigen absoluten Barometerhöhe E und Temperatur oder Wärme V, die t Graden des Reaumürschen Thermometers zugehören mag, dergestalt abhängen, daß sie sich zur Dichte des Quecksilbers verhalten wird wie

$$\frac{m \cdot E}{28 \cdot (1 + At)} \text{ zu } 1.$$

wo in (132) statt der dortigen ε', und τ, die Grössen E und t, so wie ich sie hier bey O angenommen habe, gesetzt worden sind.

138. Nun verhält sich aber (135) die Luftdichte bey M zu der bey O wie $\delta : 1$. Folglich wird sich bey M die Dichte der Luft zu der des Quecksilbers verhalten müssen wie

$$\frac{m \cdot E \cdot \delta}{28\,(1 + At)} : 1.$$

139. Die Dichte der Luft in dem Räumchen $Mm = dh$ kan man als gleichförmig ansehen.

Da nun bey M die Barometerhöhe $= \varepsilon'$, und folglich bey $m = \varepsilon' - d\varepsilon'$ ist, d. h. um den Werth $d\varepsilon'$ abnimmt, wenn man sich um die Höhe $Mm = dh$ erhebt, und nun ferner die Luftsäule $Mm = dh$ der erwähnten Abnahme der Barometerhöhe das Gleichgewicht halten muß, diese Höhen dh, und $d\varepsilon'$ sich aber umgekehrt, wie die Dichte der Luft bey M zur Dichte des Quecksilbers verhalten müssen, so hat man die Proportion

$$dh : d\varepsilon' = 1 : \frac{m\,E\,\delta}{28\,(1 + At)}$$

oder $$d\varepsilon' = \frac{m \cdot E\,\delta}{28\,(1 + At)} \cdot dh$$

weil aber, wenn h wächst, ε' abnimmt, so muß man eigentlich

$$d\varepsilon' = -\frac{m\,E\,\delta}{28\,(1 + At)} \cdot dh$$

setzen,

setzen, woraus man wegen $\varepsilon' = E\varepsilon$ (136) oder $d\varepsilon' = E d\varepsilon$ erhält

$$d\varepsilon = -\frac{m\ \delta\ dh}{28(1+At)}$$

140. Da die Zahl 28 in dem Nenner dieses Ausdrucks eigentlich 28 pariser Zolle bedeutet, die Höhe dh aber in Theilen des Halbmessers der Erde ausgedrückt wird (134) so muß man auch diese 28 pariser Zolle in solchen Theilen ausdrücken, damit eine Gleichförmigkeit der Maaße in dem Ausdrucke (139) statt finde.

Setzen wir nun den Halbmesser der Erde = 3272020 Toisen = 3272020 . 6 . 12 pariser Zolle, so betragen obige 28 pariser Zolle in Theilen des Halbmessers der Erde, den ich = 1 annehme, den Bruch

$$\frac{28}{72 \cdot 3272020} = \frac{1}{8413766}$$

Dies giebt demnach

$$d\varepsilon = -\frac{m \cdot 8413766}{1+At} \cdot \delta \cdot dh$$

wo ich der Kürze halber den Koefficienten in $\delta dh = n$, mithin $d\varepsilon = -n\delta \cdot dh$ setzen will.

141. Nun ist aber (135) $\delta = \frac{\varepsilon}{v}$;

Mithin $\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -\frac{n\,d\,h}{v}$

142. In dieser Differenzialformel, stellt der Divisor, oder die Grösse v, das Gesetz vor, nach welchem die Wärme in der Atmosphäre von unten nach oben abnimmt, sie ist also eine Funktion der Höhe h, welche statt v in (141) substituirt, durch Integration, einen Ausdruck zwischen ε und h geben wird, so daß man also für jedes ε den zugehörigen Werth von h finden kann, welches demnach Formeln für das Höhenmessen mit dem Barometer gäbe.

143. Wie aber nun v eigentlich von h abhängt, darüber sind noch keine zulänglichen Versuche angestellt. Indessen lassen sich aber doch Hypothesen dafür angeben, welche der Wahrheit nahe kommen, besonders, da man aus der de Lukischen Formel für das Höhenmessen mit dem Barometer, bereits weis, daß die Gleichung zwischen ε und h schon der Wahrheit sehr nahe kommt, wenn man nur die Wärme v constant setzt. Dies zeigt wenigstens, daß die Wärme von unten nach oben nicht sehr schnell abnehmen kann. Um so viel mehr dürfte also eine Voraussetzung, bey der man zwar ein Ab-

nehmen der Wärme, aber nur ein allmähliges, annähme, Formeln für das Höhenmessen geben, welche der Wahrheit noch näher, als die de Lukische, kommen müsten.

144. Daß in unserer Atmosphäre in der That der Werth von v nie sehr von der de Lukischen Voraussetzung einer beständigen Grösse abweichen kann, erhellet auch so.

Wir haben die Wärme bey $O = V$, bey M in der Höhe $h = u$ (136) gesetzt. Nennte man nun z. E. die der Wärme V zugehörige Temperatur nach dem Reaumürschen Therm. $= t$, die der Wärme u zugehörige Grade des Therm. $= \tau$; so wäre $V = 1 + At$; $u = 1 + A\tau$. Demnach

$$v = \frac{u}{V} = \frac{1 + A\tau}{1 + At}$$

Gesetzt nun die untere Wärme betrüge $t = 30$ Grade und die obere $\tau = 0$ Grade, so würde, die untere Wärme V zur Einheit angenommen, die obere v durch den Bruch

$$\frac{1}{1 + A \cdot 30}$$

oder wenn man statt A seinen Werth $\frac{1}{215}$ setzt, durch den Bruch

$$v = \frac{215}{215 + 30} = \frac{215}{245} = 0{,}88$$

 aus

ausgedrückt, welcher Werth also noch immer so nahe an 1 wäre, daß man ohne grossen Fehler die obere Wärme v, der untern = 1 gleich setzen könnte, wenn gleich die Temperaturen nach dem Reaumürschen Thermometer gemessen, so sehr von einander unterschieden wären, als man sie vielleicht selten bey Höhenmessungen so vorfinden wird.

Ehe ich indessen für das Gesetz der von unten nach oben abnehmenden Wärme gewisse Hypothesen annehme, werde ich vorher zeigen, wie Herrn de Lucs Formel aus meiner Differenzialgleichung (141) folge, besonders, da seine Vorschrift, mehr für ein Resultat, aus würklich gemessenen Höhen, verglichen mit dem, was die gewöhnliche Mariottische Regel ohne Erwägung der Wärme, für diese Höhen gab, als für eine theoretische Folge aus dem, was man sonst nach (181) in Ansehung des Einflusses der Wärme auf Dichtigkeit und Elasticität der Luft weis, angesehen werden muß. Das Verfahren des Hrn. de Luc, findet man im allgemeinen auch vom Hn. Hfr. Kästner, in dessen Abhandlung vom Höhenmessen §. 322. vorgestellt; Wenn man aber das daselbst beygebrachte nur flüchtig übersieht, so wird man bald sehen, daß Hr. de Luc durch ein sehr weitläuftiges Verfahren den Satz heraus gebracht hat, daß für jeden Grad des Reaumürschen

mürschen Thermometers, die nach der gewöhnlichen Mariottischen Regel gefundene Höhe in dem Verhältnis 215 : 1 verbessert werden müsse, da ich hingegen, auf eine ganz andere Art, nemlich aus den Erfahrungen (117) wie ich jetzt zeigen werde, den Satz herleite.

Nach Herrn de Lucs Voraussetzung ist $u = V$ (144) also $v = 1$.

145. Dies giebt die Differenzialgleichung

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = - n \cdot dh \cdot \quad (141)$$

Also durch Integration

$$\log. \varepsilon = - nh + \text{Const.}$$

wo Const. = 0, (weil $h = 0$ für $\varepsilon = 1$) und folglich

$$\log.\ \text{nat.}\ \varepsilon = - nh$$

und $h = - \frac{1}{n} \log.\ \text{nat.}\ \varepsilon = - \frac{1}{n} \log. \frac{\varepsilon'}{E}$

oder $h = \frac{1}{n} \log.\ \text{nat.}\ \frac{E}{\varepsilon'}$ ist

welches die bekannte Vorschrift wäre, aus den Barometerständen E und ε' bey O und M die Höhe $OM = h$ zu finden.

146. In dieser Gleichung bestimmt sich h in Theilen des Halbmessers der Erde, wenn man statt n den Ausdruck (140) nemlich

$$n = \frac{m \cdot 8413766}{1 + A \cdot t} = \frac{m \cdot 72 \cdot 3272020}{28 \cdot (1 + At)}$$

setzt; demnach in Theilen des Halbmessers der Erde = 1

$$b = \frac{28 \cdot (1 + At)}{m \cdot 72 \cdot 3272020} \cdot \text{log. nat.} \frac{E}{\varepsilon'}$$

Verlangte man aber b in Toisen, so darf man diesen Ausdruck nur mit dem Halbmesser der Erde in Toisen, d. h. mit der Zahl 3272020 multipliciren, so erhält man

$$b = \frac{28}{m \cdot 72} \cdot (1 + At) \text{ log. nat. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

Wolte man sich hiebey statt der natürlichen Logarithmen, der Briggischen bedienen, so muß der Ausdruck für b, noch mit dem bekannten Model 2,30258 ‥ multiplicirt werden, so erhält man

$$b = \frac{7}{18} \cdot \frac{2{,}30258}{m} (1 + At) \text{ log. brig.} \frac{E}{\varepsilon'}$$

oder wegen $\frac{7}{18} \cdot 2{,}30258 \cdot\cdot = 0{,}895449$

$$b = \frac{0{,}895449}{m} (1 + At) \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

Wolte man nun z. E. den Werth $m = \frac{1}{10350}$ aus (131) gebrauchen, so käme

$$b = 9267 \ (1 + At) \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

 Näh-

Nähme man die Luftdichte m anders, als hier angenommen ist, so würde dies auch einen andern Koefficienten, als 9267, geben.

147. Am besten ist es, den Werth von m durch Beobachtungen selbst zu bestimmen, indem man ihn nemlich rückwärts aus der Formel (146) herleitet, so daß man in ihr die Grössen b, ε', und t, als gegebene, durch Erfahrungen bekannte Grössen, und m als die gesuchte ansähe. Dann wäre

$$m = \frac{0{,}895449}{b}(1 + At)\,\text{log.brig.}\,\frac{E}{\varepsilon'}$$

Es muß aber hieben freylich voraus gesetzt werden, daß die Temperatur der ganzen Luftsäule b, in der man beobachtet ohne merklichen Fehler überal gleich groß sey, weil dieses bey der Formel zum Grunde liegt.

Man messe also eine nicht allzugrosse Höhe b, z. E. von höchstens 200 bis 300 Schuhen; in einer solchen Luftsäule kan man die Temperatur t als constant annehmen. Zugleich beobachte man die Barometerhöhen E, und ε', an beyden Endpunkten dieser Höhe b; so sind die Grössen bekannt, woraus man die Dichte der Luft, oder den Werth von m (129) herleiten kan.

So fand z. E. Hr. de Luk, nach sehr genauen Messungen, daß wenn die untere Barometerhöhe $E = 29$ Zoll $= 348$ Linien, und die Temperatur der Luft $= t =$ $16\frac{3}{4}$ Reaum. Gr. war, er sich um $h =$ 12, 497 Toisen erheben muste, wenn das Barometer um eine Linie fallen, also die obere Barometerhöhe $E = 347$ Linien seyn sollte.

Diese Werthe also in unsere Formel substituirt und $A = \frac{1}{215}$ gesetzt, kommt

$$m = \frac{0{,}895449}{12{,}497} \cdot \frac{231{,}75}{215} \text{ log. brig. } \frac{348}{347}$$

Nun ist

$$\text{log. brig. } 348 - \text{log. brig. } 347 = 0{,}0012497$$

Dies giebt

$$m = \frac{0{,}895449 \cdot 231{,}75}{215} \cdot \frac{0{,}0012497}{12{,}497}$$

$$= \frac{0{,}885449 \cdot 231{,}75}{215} \cdot \frac{1}{10000}$$

Demnach $\frac{1}{m} = \frac{215 \cdot 10000}{231{,}75 \cdot 0{,}895449}$

Nun ist log. $0{,}895449 = 0{,}9520409 - 1$
log. $231{,}75 = 2{,}3650197$

log. des Nenners $= 2{,}3170606$
log. $215 \cdot 10000$ d. Zähl. $= 6{,}3324385$

also log. $\frac{1}{m} = 4{,}0153779$

Also

Also $m = \frac{1}{10360}$, welches also von dem Werthe $m = \frac{1}{1035}$ (131) um nichts erhebliches unterschieden ist.

Will man also $m = \frac{1}{10360}$ setzen, so ist der Koefficient in (146) nemlich

$$\frac{0,895449}{m} = 0,895449 \cdot 10360$$

$$= 9276,8 \text{ beynahe } 9277$$

welches nicht viel von dem obigem Werthe 9268 (131) unterschieden ist.

148. Man kan also diesen Koefficienten 9277 beybehalten und so wäre denn überhaupt

$$b = 9277\ (1 + At) \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

149. Diese für das Höhenmessen mit dem Barometer gefundene Formel verwandelt sich für eine Temperatur $t = + 16\frac{3}{4}$ und für $A = \frac{1}{215}$ (121) in

$$b = 9277 \cdot (1 + A \cdot 16\tfrac{3}{4}) \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

$$= 9277 \cdot \frac{231,75}{215} \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

$$\text{beynahe} = 10000 \text{ log. brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

Das wäre dann völlig meines Vaters Formel aus den Barometerständen ε', E an der

obern

obern und untern Station, die Höhe zwischen beyden Standpunkten zu bestimmen. M. S. hievon auch H. H. Kästners Abhandl. vom Höhenmessen, in dessen Markscheidekunst. (214)

150. Herr de Luc hat aber zuerst aus seinen Beobachtungen gezeigt, daß diese Formel deren Werth ich nunmehr H heisen will, so daß

$$H = 10000 \text{ log. brigg. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

sey, nur bey einer Temperatur von $16\frac{3}{4}$ Reaumürschen Graden, die wahre Entfernung zwischen beyden Standpunkten gebe, daß sie aber bey jeder andern Temperatur einer Verbesserung bedürfe, welche von der Anzahl der Grade über oder unter der Temperatur $+ 16\frac{3}{4}$ folgender Maassen abhänge.

Hrn. de Luks Formel.

151. I. Man setze H sey die Höhe zwischen beyden Stationen, O, M, wie sie ohne Erwägung der Temperatur t der Luftsäule OM, gerade zu nach der Mayerischen Formel

$$H = 10000 \text{ log brig. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

$$= 9277 \left(1 + A \cdot 16\tfrac{3}{4}\right) \text{ l. b. } \frac{E}{\varepsilon'}$$

heraus käme; $\mathfrak{H}$ aber sey die Höhe mit Erwägung dieser Temperatur, so daß

$\mathfrak{H} =$

$$\mathfrak{H} = 9277\ (1 + At)\ \text{log. brig.}\ \frac{E}{\varepsilon'}$$

sey; so ist

$$\frac{\mathfrak{H}}{H} = \frac{1 + At}{1 + A.\ 16\tfrac{3}{4}}$$

wo ich statt $16\frac{3}{4}$ der Bequemlichkeit wegen 16,7 setzen will.

Dies giebt, weil A einen sehr kleinen Bruch bedeutet, wegen

$$\frac{1}{1 + A \cdot 16{,}7} = 1 - A \cdot 16{,}7 + A^2\ 16{,}7^2 \ldots$$

beynahe

$$\frac{\mathfrak{H}}{H} = (1 + At)(1 - A\,16{,}7 + A^2\,16{,}7^2)$$

oder in einander multiplicirt, mit Weglassung der Glieder, welche den Factor A^3 enthalten würden, sehr nahe

$$\frac{\mathfrak{H}}{H} = 1 + A\,(t - 16{,}7) + A^2\ 16{,}7\ (t - 16{,}7)$$

II. Mithin die de Lukische Höhe

$$\mathfrak{H} = [1 + A\ (t - 16{,}7)] \cdot H$$
$$+ A^2\ 16{,}7\ (t - 16{,}7) \cdot H$$

III. Will man demnach das Glied, welches den Factor $A^2 = (\frac{1}{215})^2$ enthält, als unbeträchtlich in Absicht der ersten weglassen, so hat man

$$\mathfrak{H} = [1 + A(t - 16{,}7)] \cdot H$$
$$= [1 + A(t - 16{,}7)]\ 10000 \log.\text{brig.} \frac{E}{\varepsilon'}$$

welches demnach völlig die de Lukische Regel wäre, nur daß er statt t, der Temperatur der untern Luft, das arithmetische Mittel zwischen der obern und untern Temperatur setzt, und so der Wahrheit näher zu kommen glaubt, welches wir in der Folge auch aus andern Betrachtungen rechtfertigen werden.

IV. Hr. de Luk findet solchergestalt zwischen den Höhen, die er trigonometrisch gemessen oder nivellirt, und denen die er nach der Formel (III) aus den Barometerhöhen berechnet hatte, so viel Uebereinstimmung daß er sich mit der Formel (III) begnügte, und auf das Gesetz, wie etwa die Wärme zwischen beyden Stationen abnehmen möchte, weiter nicht Rücksicht nahm. Wir wollen indessen hier noch ferner Untersuchungen anstellen, und sehen, was etwa für Formeln heraus kämen, wenn man für das erwähnte Gesetz, diese oder jene wahrscheinliche Voraussetzung machte.

Hypothesen, den Werth von v (135) durch die Höhe h auszudrücken.

152. Weil für $h = 0$, $v = 1$ seyn muß, so wäre wohl die erste Hypothese, für jede andere Höhe

$$v = 1 - \beta h$$

zu setzen, (wo β einen beständigen Koefficienten bedeuten mag) und demnach die Wärme von unten nach oben in arithmetischer Progression abnehmen zu lassen.

153. In diesem Ausdrucke ist b in Theilchen des Halbmessers der Erde = 1 zu verstehen. Wenn demnach b in Toisen gegeben wäre, so müste man in dem Ausdrucke $1 - \beta b$ statt b eigentlich den Bruch $\frac{b}{3272020}$ setzen. (140)

154. Die grösten Höhen, die man bisher mit dem Barometer gemessen hat, betragen etwa 19 bis 20000 pariser Schuh, oder höchstens 3333 Toisen.

Dies gäbe höchstens $b' = \frac{3333}{3272020} = \frac{1}{981}$ des Halbmessers der Erde.

Aber auch in dieser Höhe, ist die Temperatur der Luft nach dem Reaumürschen Thermometer, nie so sehr von der untern unterschieden, daß nicht noch immer beynahe $v = 1$ gesetzt werden dürfte (144)

155. Wüste man für eine gewisse Höhe b die Temperatur, und zugleich die an der untern Station, so liese sich daraus der Koefficient β bestimmen.

Exemp.

Exemp. Bouguer fand z. B. in der Zona torrida das Reaum. Therm. in einer Höhe von 2434 Toisen auf dem Gefrierpuncte stehen, da es unten die Temperatur $t = + 30$ zeigte.

Dies gäbe demnach für $b = \frac{2434}{3272020} = \frac{1}{1345}$ die Wärme $v = 0,88$ (144). Mithin wäre

$$0,88 = 1 - \frac{\beta}{1345}$$

und daraus $\beta = 296$

So könnte man aus mehrerern Erfahrungen die Grösse β bestimmen, wenn man dergleichen in sehr grossen Höhen, in zulänglicher Menge, mit gehöriger Auswahl und Sicherheit hätte.

156. Es ist indessen ein Glück, daß der Werth von β in die Formeln für das Höhenmessen mit dem Barometer selbst nicht hinein kömmt, sondern durch gehörige Substitutionem sich ganz aus denselben wegschaffen läst, welches demnach einen grossen Theil von Untersuchungen unnöthig macht, wie die Folge mit mehrerem ausweisen wird.

157. Indessen muß ich hier in Ansehung des Werthes von β noch folgendes erinnern.

Ich

Ich habe zwar in (152) gesagt, daß man unter β einen beständigen Koefficienten verstehen müsse. Dieser Ausdruck will aber nur sagen, daß ich unter β keine von der veränderlichen Höhe b abhängende Grösse verstanden wissen will.

Ausserdem aber dürfte β wohl keine ganz unveränderliche Grösse seyn, sondern sich selbst schon nach der untern Wärme V richten, d. h. wenn ich die Temperatur derselben nach dem Reaumürschen Thermometer $= t$ setze, so dürfte β wohl selbst eine Function von $V = 1 + At$ seyn, weil es wohl gewiß ist, daß die Wärme von unten nach oben sehr viel schneller abnimmt, wenn es unten sehr warm ist, als hingegen, wenn die Temperatur gemäßigt wäre, weil in der obern Luft ein ziemlich beständiger Grad von Kälte statt findet.

Es würde also wohl β eine solche Function von der untern Wärme $1 + At$ seyn müssen, daß der Werth von v, oder das Verhältnis der untern Wärme V zu der obern u, desto mehr sich dem Verhältnis der Gleichheit 1 : 1 näherte, je geringer die untere Wärme selbst wäre. D. h. man würde z. E. $\beta = (1 + At)^{\Upsilon} \cdot B$ setzen müssen, wo Υ eine ganze bejahte Zahl, und B

einen ganz unveränderlichen Koefficienten bedeuten müste. Denn alsdann wäre

$$v = 1 - (1 + At)^{\frac{\Psi}{\cdot}} \cdot B \cdot h = \frac{u}{V}$$

und u würde für einerley h, in Vergleichung mit V desto schneller abnehmen, je grösser man t oder die Temperatur der untern Luft selbst annähme, und so umgekehrt.

158. Allein, dieser Veränderlichkeit des Koefficienten β ohngeachtet, darf man doch bey der Integration der

Formel $\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = - \frac{n\,d\,h}{v}$

diese Grösse β in dem Ausdrucke für v nicht als eine veränderliche Grösse behandeln, so wenig als man bey der Integration der Formel (145) den Werth von n als veränderlich ansehen durfte, weil er auch von der untern Wärme abhängt (146)

Denn man sucht eigentlich das einem jeden h zukommende Integral $\int \frac{dh}{v}$ für den Fall, da man für eine gewisse untere Temperatur t, den Werth von $\beta = (1 + At)^{\Psi} B$ gleichsam schon als gegeben, oder bestimmt ansieht, wie, wenn man für jedes t etwa, die Werthe von β schon berechnet und in

eine

eine Tafel geordnet hätte, aus der man nur für jeden Zustand der untern Luft, den bestimmten Werth von β herausnähme, und ihn in den Ausdruck $v = 1 - \beta h$ substituirte. Es wird nemlich der Werth des Integrals $\int \frac{dh}{v}$, nur in so ferne gesucht, als das Abnehmen der Wärme von unten nach oben, für eine bereits bestimmte Temperatur der untern Luft, sich nur darnach richtet, wie man nach und nach auf immer grössere Höhen h hinaufsteigt, d. h. in so ferne man nur h als eine variable Grösse betrachtet, und substituirt nur erst nach geschehener Integration statt β seinen Werth, in so ferne er von der Temperatur der untern Luft abhängt.

159. Nach dieser Vorbereitung wäre also bey der Hypothese $v = 1 - \beta h$

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = - \frac{n\,dh}{1 - \beta h}$$

und durch Integration

$$\log.\,\varepsilon = \frac{n}{\beta} \log.\,(1 - \beta h) + \text{Const.}$$

160. Weil aber für $h = 0$, $\varepsilon = 1$ seyn muß, so giebt dies Const. $= 0$ demnach

 log.

$$\log. \varepsilon = \log. (1 - \beta b)^{\frac{n}{\beta}} \text{ oder}$$

$$\varepsilon = (1 - \beta b)^{\frac{n}{\beta}}$$

mithin

$$b = \frac{1 - \varepsilon^{\frac{\beta}{n}}}{\beta}$$

Hier muß statt ε gesetzt werden $\frac{\varepsilon'}{E}$ worauf demnach für jeden Barometerstand in der untern und obern Station, nach dieser Formel der Werth von b in Theilen des zur Einheit angenommenen Halbmessers der Erde gefunden wird.

161. Allein diese Formel mögte zur würklichen Berechnung in Zahlen wohl eben nicht sehr bequem seyn, wiewohl sie vielleicht die Höhe b, wenn man nur den Koefficienten β hinlänglich genau wüste, schärfer als die de Lukische Regel geben dürfte, indem die Hypothese einer von unten nach oben gleichförmig abnehmenden Wärme der Wahrheit gewiß gemässer ist, als mit Hrn. de Luk die Wärme der ganzen Luftsäule constant anzunehmen. Auch hat der Ausdruck

$$b = \frac{1 - \varepsilon^{\frac{\beta}{n}}}{\beta}$$

keine

keine solche Form, daß man ihn bequem etwa mit der de Lukischen Regel vergleichen könnte. Ich werde daher suchen diesen Ausdruck so einzurichten, daß nicht allein die Grösse β aus ihn wegfalle, sondern derselbe auch zur würklichen Berechnung leichter, und zur Vergleichung mit andern Formeln geschmeidiger werde. Vorher werde ich aber noch aus einigen andern Hypothesen, die sich für v wahrscheinlich annehmen liessen, Formeln für das Höhenmessen suchen, und ihnen wo möglich eine solche Gestalt zu geben suchen, daß sie etwa den de Lukischen Ausdruck als einen Theil enthalten, zu dem man nur etwas addiren müste, um gleichsam eine verbesserte de Lukische Formel zu erhalten, wie sie dem angenommenen Gesetze der von unten nach oben abnehmenden Wärme gemäß seyn müste.

162. Zweyte Hypothese

$$v = \frac{1}{1 + \beta b}$$

zu setzen, mögte auch wohl der Wahrheit sehr nahe seyn.

Herr Euler hat sich schon einer solchen Hypothese bey einer Untersuchung über die astronomische Strahlenbrechung bedient, (Mem. de l'Acad. de Berlin 1754 p. 140) und nach ihr Formeln für die Strah-

lenbrechung gefunden, die mit den Beobachtungen ganz gut übereinstimmen, welches nicht seyn könnte, woferne der Ausdruck

$$v = \frac{1}{1 + \beta b}$$

von der Wahrheit sehr abwiche.

163. In Ansehung des Koefficienten β gelten hier wieder eben die Erinnerungen, die ich oben (157) für das dortige β beygebracht habe.

164. Nach dieser Hypothese wäre also die Differenzialgleichung (141) nunmehr

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = - n (1 + \beta b)\, db$$

welche integrirt

$$\text{log. nat. } \varepsilon = nb + \tfrac{1}{2} n \beta b b$$

giebt, wozu keine Constans zu addiren ist, weil für $b = 0$ $\varepsilon = 1$ seyn muß.

165. Aus dieser Gleichung schaffe ich den Werth von β folgendermaßen weg.

Man setze in der untern Luft, sey die Temperatur nach dem Reaum. Therm. $= t$, in der obern Luft $= \tau$, so ist nach (144)

$$v = \frac{1 + A \cdot \tau}{1 + A \cdot t} = \frac{1}{1 + \beta b}$$

Voraus-

Vorausgesetzt, daß in der obern Luft der Koefficient A nicht etwa anders als in der untern Luft angenommen werden müßte.

Dieser Gedanke kann demjenigen leicht einfallen, der sich unsere atmosphärische Luft etwa als ein Gemisch von unterschiedenen andern einfachern Luftarten vorstellen will. Wäre nun diese Mischung nicht überall auf einerley Art beschaffen, oder diese Mischung so vollkommen, daß es erlaubt wäre, die atmosphärische Luft gleichsam als ein einziges Fluidum zu betrachten, so würde es auch nicht verstattet seyn, anzunehmen, daß wenn in einer gewissen Luftschicht M, wo etwa ein paar Luftarten a und b die Hauptbestandtheile ausmachten, nach dem Reaumürschen Therm. die Temperatur τ, in einer andern Luftschicht N aber, deren Hauptbestandtheile die Luftarten c und d wären, die Temperatur t statt fände, daß, sage ich, das Verhältniß der Wärmen in beyden Luftschichten M und N alsdann $= 1 + A\tau : 1 + At$ seyn müsse, weil nach (124) diese Vergleichung eigentlich nur statt finden kan, wenn die Temperaturen t und τ in flüßigen Wesen, von einerley Art und Zusammensetzung beobachtet würden. Also könnte es wohl seyn, daß wenn z. E. in der obern Luft, wo brennbare Luft, wegen ihrer Leichtigkeit, das Uebergewicht vor andern in

der Atmosphäre vertheilten luftförmigen Stoffen haben mögte, eine Temperatur $= \tau$ beobachtet würde, in der untern Luft, die hingegen mehr mit fixer Luft angeschwängert wäre, eine Temperatur $= t$ statt fände, das Verhältniß $1 + A\tau : 1 + At$, merklich von dem Verhältniß der wahren Wärmen in der obern und untern Luft abwiche.

Allein es ist wohl nicht zu vermuthen, daß wenigstens bis auf solche Höhen, als wir in die Atmosphäre kommen, ein so unregelmäßiges Gemisch, unterschiedener Luftarten statt finden werde, daß es nicht erlaubt seyn sollte, die Atmosphäre als ein einziges gleichförmig zusammengesetztes Fluidum zu betrachten, und in der That könnten die bisher angestellten Höhenmessungen mit dem Barometer, mit den würklichen Messungen nicht so erträglich übereinstimmen, wenn das Gemisch so ungleichförmig wäre. Denn die beständigen Bewegungen in der Luft werden wohl die unterschiedenen elastischen Stoffe, woraus unsere Atmosphäre zusammengesetzt ist, wohl gar bald so untereinander bringen, daß man ohne merklichen Fehler das ganze Gemisch als gleichartig annehmen, mithin auch die Vergleichung der Wärmen in den unterschiedenen Luftschichten blos nach der Formel

$$v = \frac{1 + A\tau}{1 + At}$$

so daß A für jede Schicht einerley Werth behält, anstellen darf.

Man setze nun der Kürze halber

$$\frac{1 + A \cdot \tau}{1 + A \cdot t} \text{ oder } 1 - \frac{A(t - \tau)}{1 + At} = 1 - \eta$$

so daß η den Bruch

$$\frac{A(t - \tau)}{1 + At}$$

der wegen $A = \frac{1}{215}$ immer sehr klein seyn wird, bedeute, so wird

$$1 - \eta = \frac{1}{1 + \beta b}$$

mithin $\beta = \frac{\eta}{(1 - \eta) b}$. Diesen Werth substituire man in die Formel (164) und statt ε zugleich seinen Werth $\frac{\varepsilon'}{E}$, so wird

$$\frac{1}{n} \log. \frac{E}{\varepsilon'} = \left(1 + \frac{\eta}{2(1 - \eta)}\right) b$$

und folglich $b = \frac{1}{1 + \frac{\eta}{2(1 - \eta)}} \cdot \frac{1}{n} \log. \frac{E}{\varepsilon'}$

statt der Logarithmen überall die natürlichen gesetzt.

Nun ist, weil η immer einen sehr kleinen Bruch bedeutet, ohne merklichen Fehler

$$\frac{\eta}{1 - \eta} = \eta (1 + \eta)$$

und demnach

$$1 + \frac{\eta}{2(1 - \eta)} = 1 + \tfrac{1}{2}\eta + \tfrac{1}{2}\eta\eta;$$

folglich der Koefficient in $\frac{1}{n} \log. \frac{E}{\epsilon'}$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta\eta}$$

wofür man durch die Division ohne merklichen Fehler $1 - \frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}\eta\eta$ findet, indem man die Glieder, welche η^3 enthalten, als völlig unbeträchtlich in Absicht der andern ansehen darf.

Nun ist aber weiter

$$\eta = \frac{A(t - \tau)}{1 + At};$$ wofür man sehr nahe

$$\eta = A(t - \tau)(1 - At) = A(t - \tau) - A^2(t - \tau)t$$

setzen kann, weil die Glieder, welche $A^3 = (\frac{1}{215})^3$ enthalten würden, weggelassen werden können. Dies giebt

$$1 - \tfrac{1}{2}\eta = 1 - \tfrac{1}{2}A(t - \tau) + \tfrac{1}{2}A^2(t - \tau)$$
$$- \tfrac{1}{4}\eta^2 = \qquad - \tfrac{1}{4}A^2(t - \tau)^2$$

Also

Also $1 - \frac{1}{2}\eta - \frac{1}{4}\eta^2 = 1 - \frac{1}{2}A(t-\tau)$
$+ \frac{1}{4}A^2(t-\tau)(t+\tau)$

Folglich

$$b = [1 - \frac{1}{2}A(t-\tau) + \frac{1}{4}A^2(t-\tau)(t+\tau)] \cdot \frac{1}{n}\log.\frac{E}{\varepsilon'}$$

166. Für $t = \tau$, d. h. wenn man, wie Hr. de Luk in der ganzen Luftsäule b einerley Temperatur annähme, wäre $t - \tau = 0$ mithin $b = \frac{1}{n}\log.\frac{E}{\varepsilon'}$ wie in (145).

167. Dieser Ausdruck $\frac{1}{n}\log.\frac{E}{\varepsilon'}$ verwandelte sich aber, nach den obigen Rechnungen (145. 150), in den Ausdruck der dortigen de Lukischen Höhe $\mathfrak{H}$ (151. II.) demnach ist überhaupt in (165)

$$b = [1 - \frac{1}{2}A(t-\tau) + \frac{1}{4}A^2(t-\tau)(t+\tau)].\mathfrak{H}$$

168. Nun setze man statt $\mathfrak{H}$ seinen Werth aus (151. II) und lasse bey der Multiplication die Glieder, welche A^3 enthalten würden, weg, so findet sich nach gehöriger Rechnung

$$b = [1 + A(\frac{t+\tau}{2} - 16{,}7)]\,H$$
$$\left.\begin{aligned} &- \tfrac{1}{2}A^2(t-\tau)(\frac{t-\tau}{2} - 16{,}7) \\ &+ A^2(t - 16{,}7)\,16{,}7 \end{aligned}\right\} H$$

wo H die Mayerische Höhe (151 I) oder den Factor 10000 log. brig. $\frac{E}{\varepsilon'}$ bedeutet.

169. Ohne Zweifel werden nun wohl die Glieder, worinnen $A^2 = \frac{1}{215}{}^2$ als Koefficient vorkommt, immer sehr klein seyn, so daß man blos

$$b = [1 + A(\frac{t+\tau}{2} - 16{,}7)] . H$$

setzen dürfte.

170. Das wäre also völlig die de Lukische Regel, wenn er zwischen der obern und untern Temperatur, das arithmetische Mittel $\frac{1}{2}(t + \tau)$ nimmt, welche Vorschrift demnach sehr gut mit der Hypothese (162) sich vereinigen liesse.

171. Die verbesserte de Lukische Regel würde also diese seyn, wenn man in der Formel (168) auch die Glieder, welche den Koefficienten A^2 enthielten, mit in Rechnung brächte. Diese Verbesserungen liessen sich für gegebene t und τ leicht berechnen. Um aber hier ohngefähr zu sehen, ob es sich der Mühe verlohnte, Gebrauch davon zu machen, so will ich die Temperaturen t und τ so weit von einander nehmen, als man sie wohl selten in der untern und obern Luft

so finden wird. Ich will $\tau = 0$ und $t = + 30$ annehmen, so wären die Verbesserungstheile in (168)

$$= [-\tfrac{1}{2} A^2\, 30 \cdot (15 - 16{,}7)$$
$$+ A^2 (30 - 16{,}7) \cdot 16{,}7]\, H$$
$$= + A^2 (15 \cdot 1{,}7 + 13{,}3 \cdot 16{,}7) \cdot H$$
$$= + \tfrac{248}{47225} \cdot H = + \tfrac{1}{190} \cdot H$$

d. h. die Verbesserung würde ohngefehr $\frac{1}{190}$ der nach der Mayerischen Formel 10000 log. $\frac{E}{\varepsilon'}$ (150) herauskommenden Höhe betragen, welche Verbesserung man demnach in diesem Falle zu der nach der de Lukischen Regel (169) gefundenen Höhe addiren müste, um die verbesserte de Lukische Höhe zu erhalten. In den meisten Fällen werden die Temperaturen der obern und untern Luft bey weiten nicht so viel unterschieden seyn, als ich in (170) angenommen habe, und mithin gewöhnlich die Verbesserungstheile noch viel weniger als $\frac{1}{190}$ des ganzen betragen. In den Fällen wo Hr. de Luk seine Beobachtungen mit den würklichen Messungen verglich, waren die Temperaturen nie so sehr an beyden Stationen von einander unterschieden, daß die obigen Verbesserungstheile, nur $\frac{1}{400}$ bis $\frac{1}{600}$ des ganzen betragen hätten, wie ein jeder leicht selbst nachrechnen kan, der Hrn. de Luks angegebene Thermometer-

meterstände an den 15 Standpunkten auf Saleve (im 5ten Kapitel seines obengeführten Buchs) nachsehen und sie in die Formel (168) substituiren will.

172. Hieraus wird demnach erhellen, daß es vergebens seyn würde, mit Zuziehung dieser Verbesserungstheile, eine noch grössere Uebereinstimmung der de Lukischen Formel (169) mit den würklichen geometrischen Messungen zu erwarten. Das würde zum voraussetzen, daß erstlich die geometrischen Messungen selbst mit einer Genauigkeit angestellt wären, daß man um $\frac{1}{190}$ des ganzen, oder auf einen noch viel geringern Theil desselben (170) sicher wäre. Daß aber dieses bey Höhenmessungen, theils wegen der dabey vorkommenden oft sehr kleinen Winkel, selbst wegen der nach Verhältnis der Temperaturen veränderlichen irrdischen Refractionen M. s. im zweyten Theile meiner pract. Geom. §. 100. XIII.) und anderer Ursachen schwerlich zu erhalten seyn möchte, wird jeder, der weis, was zu solchen Messungen gehört, und den Grad der Genauigkeit dabey berechnen will, wohl zugestehen. Es erfordert schon viele Aufmerksamkeit bey Horizontalvermessungen nicht um den 200ten bis 400ten Theil des ganzen zu fehlen.

Zweytens, würden denn auch wohl die unvermeidlichen Fehler in den Beobachtungen

der

der Barometerhöhen, und der Thermometer-stände an beyden Stationen, einen Fehler in die nach der Formel (168) zu berechnende Höhe hineinbringen können, der sich in vielen Fällen, wohl noch höher, als die Verbesserungstheile (171) selbst, belaufen könnte. Hr. de Luk gestehet (am a. O. §. 656) selbst, daß er bey allen Verbesserungen, die er an dem Barometer angebracht habe, und ohngeachtet aller Sorgfalt im Beobachten selbst, sich doch nicht zutraue einen Fehler von $\frac{1}{8}$ einer Linie im Barometerstande zu vermeiden, und schreibt dies der Unvollkommenheit der Röhren, der Beschaffenheit des Quecksilbers, dem Anhängen desselben an das Glas und andern Ursachen zu. Da demnach ein solcher Fehler an beyden Stationen begangen werden kan, so ist daraus leicht zu berechnen, wie sicher man die nach der Formel zu bestimmende Höhe zwischen beyden Standpunkten finden werde, und die Berechnung wird lehren, daß der Fehler in der Höhe, oft mehr betrage, als die Verbesserungstheile selbst. Eben so kommen nun auch die Fehler in den Beobachtungen der Thermometerstände noch hinzu. Eigentlich solten an beyden Stationen Thermometer gebraucht werden, welche einen bey einerley Barometer-Höhe bestimmten Siedepunkt haben (122). Geschiehet das nicht so giebt die Formel

$v = \frac{1 + A\tau}{1 + At}$ (144) nicht das richtige Verhältnis der obern Temperatur zur untern an, und so entstehen demnach neue Fehler in Bestimmung der Höhe. Ferner solten die Thermometerstände auch unter einerley Umständen beobachtet werden, nicht eines im Schatten, das andere an der Sonne u. d. gl. wie Hr. de Luk sehr oft thut. Kurz wer weiter nachdenken will, der wird so viele Ursachen finden, die auf das Höhenmessen mit dem Barometer Einfluß haben können, daß man wohl schwerlich den Gedanken haben kan, obige Verbesserungstheile, da sie immer so wenig betragen, etwa mit den würklich gemessenen Höhen, wenn diese nicht etwa sehr groß wären, zu vergleichen, und so auf diesem Wege ihre Richtigkeit darzuthun. Es ist immer zu verwundern, daß Hrn. de Luks Regel noch so gut mit den würklichen Messungen in den meisten Fällen übereinstimmte, und ist dies gewis wohl eine Folge dessen, daß sich die unvermeidlichen Fehler im Beobachten, oft gegen einander aufgehoben haben.

Wir können demnach das immer als ein nützliches Resultat aus den bisherigen Untersuchungen ansehen, daß nemlich eine Voraussetzung wie (162) für das Gesetz der

von

von unten nach oben abnehmenden Wärme in unserer Atmosphäre eine Formel für das Höhenmessen giebt, die mit der de Lukischen so gut übereinstimmt, daß sie mit Weglassung der ganz unbeträchtlichen Verbesserungstheile, sich völlig in die de Lukische selbst verwandelt — daß es also solchergestalt auch theoretisch erwiesen ist, daß Hrn. de L. Regel, mit den würklichen Messungen wenn nicht besondere Localumstände eintreten, und die Höhen nicht gar zu groß sind, so gut übereinstimmen müsse, als es sich nach der Theorie der Folgen der Fehler, nur erwarten läst. Hr. de Luk hat bekantlich diese Uebereinstimmung nur empirisch dargethan, so wie überhaupt seine verbesserte Regel, nur aus Vergleichung würklicher Messungen, mit denen nach der unverbesserten Formel $10000 \log \frac{E}{\varepsilon'}$ berechneten, hergeleitet. Durch das Verfahren (162) zeigte sich aber, daß bey Hrn. de Luks Vorschrift, beynahe das Gesetz (162) in unserer Atmosphäre statt haben müsse.

172. Daß aber besonders bey sehr grossen Höhen, Hrn. de Luks Regel, unterweilen um etwas beträchtlicheres von den wurklichen Messungen abweicht, als nach der Theorie der Folgen der Fehler statt finden

kan, rühret wohl von Localursachen her, die sich schwerlich auf Rechnung bringen lassen; z. B. von der Beschaffenheit des Erdreichs an und zwischen beyden Stationen, je nachdem solches die Wärme mehr oder weniger annimmt, sie mannichfaltig reflectirt, und so eine ungleiche und nicht nach einem gewissen Gesetze wie (162) sich gleich vertheilende Wärme in der Atmosphäre bewürkt, oder wenn die Luft nicht vollkommen rein, und die Beobachtungen, bey wolkigten Himmel angestellt werden. Bekantlich entstehen Wolken vorzüglich, wenn in irgend einem Orte der Atmosphäre durch uns unbekante Ursachen eine ungleich vertheilte Wärme mithin ein ungleicher Sättigungsgrad der Luft mit Dünsten, entsteht, da denn ein Niederschlag derselben vor sich geht, und die Luft ihrer Durchsichtigkeit beraubt wird, daß also Wolken, besonders wenn sie hie oder dort zerstreut sind, gleichsam zu erkennen geben, daß in der Luft keine regelmäßig vertheilte Wärme vorhanden ist. Werden also Beobachtungen an einem wolkigten Tage angestellt, so ist gewiß zu vermuthen, daß die Wärme von unten nach oben nach keinem gewissen Gesetze vertheilt seyn werde, daß also auch Hrn. de Lucs Formel in solchen Fällen nicht so gut mit der Erfahrung übereinstimmen könne, als hingegen bey einem vollkommen heitern oder wenigstens durchaus gleichförmig bedeckten

Him-

Himmel. In der That zeigen auch Hrn. de Lüks Erfahrungen, im 5ten Kap. des zweyten Theiles seines Buches über die Atmosphäre, daß besonders an windigten und wolkigten Tagen, in grösseren Höhen beobachtete Thermometerstände verglichen mit denen an der untern Station, kein gewisses Gesetz in der Abnahme der Wärme, kein bestimtes Verhältnis unter den Temperaturen der Luftschichte zu erkennen gaben, ja daß oft in der obern Luft, das Thermometer mehr Wärme als in der untern anzeigte u. d. gl. welches also wohl ohnstreitig mit von Localursachen, von der Beschaffenheit mancher Dünste in der Luft und von der Witterung abhängen mag, welches alles sich schwerlich je auf Rechnung bringen lassen wird, so sehr auch einige von dem Hygrometer ansehnliche Verbesserungen der de Lükischen Regel erwarten.

Nun werde ich die de Lükische Regel, noch mit einer andern Hypothese, für das Gesetz der Wärme in unserer Atmosphä re vergleichen.

173. **Dritte Hypothese.**

$$v = e^{-\beta b}$$

In dieser Formel bedeute e die Zahl deren natürlicher Logarithme = 1, und β einen

gewissen beständigen Koefficienten, der nemlich von der Höhe h unabhängig ist.

So wird erhellen, daß für $h = o$, auch $v = 1$ werde wie in (162) und wenn die Höhe h zunimt, v hingegen abnehmen müsse.

174. Dieser Hypothese habe ich mich in meinem Program über die Refractiones astronomicas Alt. 1781 bedient, und daraus meines seel. Vaters Formel für die astronomischen Refractionen dargethan, welche bekantlich mit den beobachteten Strahlenbrechnungen nicht so gut übereinstimmen könnte, als es von ihr erwiesen ist, wenn eine Voraussetzung wie $v = e^{-\beta h}$, von der Wahrheit viel abweichen sollte. Um aber nun zu zeigen, was bey dieser Voraussetzung für eine Formel für das Höhenmessen mit dem Barometer herauskomme, so substituire man diesen Werth von v nunmehr in die Differentialformel (141) so erhält man

$$175. \quad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = - n e^{\beta h} d h$$

mithin durch Integration

$$176. \quad \log. \text{nat.}\, \varepsilon = \frac{n}{\beta} (1 - e^{\beta h})$$

nach

nachdem die Const. so bestimmt worden, daß für $h = o$, $s = 1$ werde.

177. Eben diesen Ausdruck habe ich auch bereits in meinem oben angeführten Programm gefunden, und gezeigt wie die de Lukische Formel damit zusammenhänge.

Meine Absicht zur Bestimmung der Refraction verstattete aber nicht, diese Formel zum Gebrauche am bequemsten einzurichten. Daher ich denn diesen Defeckt nunmehr nachholen, und zugleich zeigen werde, wie der gefundene Ausdruck auch mit der de Lukischen Formel verglichen werden könne.

178. Zu dieser Absicht setze man wieder wie (165)

$$v = \frac{1 + A\tau}{1 + A t} = 1 - n$$

so hat man nunmehr nach der Hypothese (174)

$$e^{-\beta h} = 1 - n \text{ oder } e^{\beta h} = \frac{1}{1-n}$$

$$= 1 + n + n^2 \text{ etc. und } 1 - e^{\beta h} = -(n + n^2 \ldots)$$

Ferner $-\beta h = \log.\ \text{nat.}\ (1 - n)$

$$= -n - \tfrac{1}{2} n^2 - \tfrac{1}{3} n^3 \ldots$$

mithin $\beta = \dfrac{n + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{3} n^3}{h}$

Diese Werthe in den Ausdruck (176) substituiret, geben, statt ε zugleich $\frac{\varepsilon'}{E}$ gesetzt;

$$-\log.\,\text{nat.}\,\frac{\varepsilon,}{E} = \frac{nb}{\eta + \frac{1}{2} \quad + \frac{1}{3}\eta^3}(\eta + \eta^2 \ldots)$$

Mithin

$$b = \frac{1 + \frac{1}{2}\eta + \frac{1}{3}\eta^2}{1 + \eta + \eta^2} \cdot \frac{1}{n}\log.\,\text{nat.}\,\frac{E}{\varepsilon'}$$

Nun ist aber ohne merklichen Irrthum durch die Division

$$\frac{1}{1 + \eta + \eta^2} = 1 - \eta$$

Demnach

$$b = (1 + \tfrac{1}{2}\eta + \tfrac{1}{3}\eta^2)(1 - \eta) \cdot \frac{1}{n}\,\text{l. n.}\,\frac{E}{\varepsilon'}$$
$$= (1 - \tfrac{1}{2}\eta - \tfrac{1}{6}\eta^2) \cdot \frac{1}{n}\log.\,\text{nat.}\,\frac{E}{\varepsilon'}$$

179. Setzt man nun statt η seinen Werth (165) und statt $\frac{1}{n}$ log. nat. $\frac{E}{\varepsilon'}$ wieder wie oben (167) den Ausdruck H (151. II.) so wird nach einer ähnlichen Rechnung wie in (165. 166)

$$b = [1 + A(\frac{t+\tau}{2} - 16{,}7)]\,.\,H$$
$$\left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}A^2(t-\tau)(\frac{t-\tau}{3} - 16{,}7) \\ +A^2(t-16{,}7)\,16{,}7 \end{array}\right\} H$$

welches

welches also die Höhe wäre, wie sie der Hypothese $v = e^{-\beta h}$, zukäme.

180. Hieraus erhellet also daß auch diese Hypothese eine Formel giebt, in der der de Lucische Ausdruck wie in (169 und 170) immer der Hauptbestandtheil bleibt. Die Verbesserungstheile in dieser Formel werden aber auch wie in der (168.) nie so viel betragen daß man es aus Ursachen wie (171. 172.) wagen dürfte sie mit der Erfahrung zu vergleichen. Wenigstens werden sie für Höhen, dergleichen de Luk und Schukburgh gemessen haben, nicht von Erheblichkeit seyn.

181. Nunmehr werde ich endlich auch noch für die Hypothese $v = 1 - \beta h$, für die oben die Formel (159)

$$\text{log. nat. } \varepsilon = \frac{n}{\beta} \text{ log. nat. } (1 - \beta h)$$

gefunden wurde, die Höhe h geschmeidiger als in (160) durch die dortige Exponentialgrösse geschah, auszudrücken suchen.

182. Verfährt man nemlich wie bisher und setzt nunmehr $1 - \beta h = 1 - \eta$, so wird $\beta = \frac{\eta}{h}$ und der Ausdruck (181) verwandelt sich in

$$\text{log. nat.} \frac{\varepsilon'}{E} = \frac{nb}{\eta} \text{log.} (1 - \eta)$$

Mithin

$$183. \; b = - \frac{\eta}{\text{log.} (1 - \eta)} \cdot \frac{1}{n} \text{log.} \frac{E}{\varepsilon'}$$

184. Nun ist

$$- \frac{\eta}{\text{log.} (1 - \eta} = - \frac{\eta}{- \eta - \frac{1}{2} \eta^2 \ldots}$$

$$= + \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \eta + \frac{1}{3} \eta^2}$$

welches weil η einen sehr kleinen Bruch bedeutet sich in; $1 - \frac{1}{2} \eta^2 - \frac{1}{12} \eta^2$ durch die Division verwandelt.

185. Setzt man nun statt η seinen Werth aus (165) statt $\frac{1}{n}$ log. $\frac{E}{\varepsilon'}$ den Werth H (151. II.) und verfährt wieder wie bey den beyden vorher gehenden Hypothesen, so wird nach gehöriger Rechnung für die gegenwärtige Hypothese $v = 1 - \beta b$ der Werth von

$$b = 1 + A \left(\frac{t + \tau}{2} - 16{,}7 \right) H$$

$$\left. \begin{aligned} & - \tfrac{1}{2} A^2 (t - \tau) \left(\frac{t - \tau}{6} - 16{,}7 \right) \\ & + A^2 (t - 16{,}7) \, 16{,}7 \end{aligned} \right\} H$$

von welcher Formel also eben das wieder gielt was von den beyden vorhergehenden gesagt worden ist (180).

186. Hieraus erhellet also, daß es, wenigstens so weit man bisher in der Atmosphäre genauere Messungen angestellt hat, ziemlich einerley seyn wird, für das Gesetz der Wärme entweder

$$v = 1 - \beta h$$

oder $v = \dfrac{1}{1 + \beta h}$

oder $v = e^{-\beta h}$

anzunehmen, indem jede Hypothese für das Höhenmessen mit dem Barometer auf Formeln führt, in denen der de Lucische Ausdruck immer der Hauptbestandtheil bleibt. Die Formeln (168. 179. und 185.) stimmen fast sogar in den Gliedern welche den Factor A^2 enthalten bis dahin mit einander überein, daß (167) das Glied $\frac{1}{2} A^2 (t - \tau) \dfrac{t - \tau}{2} H$; (179) das ähnliche Glied $\frac{1}{2} A^2 (t - \tau) . \dfrac{t - \tau}{3} H$ und (185) statt dessen das Glied $\frac{1}{2} A^2 (t - \tau) \dfrac{t - \tau}{6} H$ enthält, sonst übrigens in allen 3 Formeln alles einerley

nerley ist, demnach keine von der andern viel unterschieden seyn kan.

187. Indessen will aber doch Hr. Schukburgh beträchtliche Abweichungen der de Lukischen Regel von den geometrischen Messungen die er nachher selbst auf dem Berge Saleve, wo Hr. de Luk seine Beobachtungen machte, anstellte, gefunden haben. Hr. de Luk könnte sich zwar immer so gut wie Shukburgh auf die Richtigkeit seiner geometrischen Messungen, und deren gute Uebereinstimmung mit seiner Regel berufen. Allein wer nun von beyden Recht habe? wird für einen Dritten immer schwer zu entscheiden seyn. Schukburgh glaubt aus seinen Beobachtungen den Schluß ziehen zu dürfen, daß de Luks Regel im Durchschnitt genommen auf eine Höhe von 1000 Schuhen etwa um 21,7 Schuh zu wenig gäbe (Man sehe hierüber auch Hrn. Rosenthals kurze Uebersicht der Schukb. Resultate in dessen Beyträgen zur Verfertig. meteorol. Werkzeuge ꝛc. ꝛc. 2 B. S. 250.) und daher entweder die in Hrn. de Luks Formel zum Grund liegende spezifische Schwere des Quecksilbers und der Luft (147) eine Abänderung bedürfe, oder aber einer von Beyden in den Beobachtungen selbst geirrt haben müste. Meinem Urtheile nach möchte wohl das letztere wahr seyn, und da Hr. de Luk seine Höhen alle nivel-

lirt

lirt Hr. Shukburgh aber solche nur aus Standlinien nach der gewöhnlichen geometrischen Methode bestimmt hat, so dürfte wohl die Beschuldigung des erwähnten Irrthums Hrn. Shukburgh selbst zur Last fallen. Denn wer die Veränderlichkeit der Strahlenbrechungen, wie ich schon oben (172.) erinnert habe und deren Einfluß auf Bestimmung der Höhen kennt, der wird sich nicht verwundern, daß, wenn auch nicht hiebey die Temperaturen der Luft selbst mit erwogen werden, (welches vermuthlich vom Hrn. Shukburgh nicht geschehen seyn mag) die geometrisch gemessenen Höhen, leicht um so viel im Durchschnitt grösser, als die nach der de Lukischen Formel bestimmten, ausfallen konnten. Zu geschweigen, daß eine ganz vorzügliche Geschicklichkeit der Hände, und sehr gute geometrische Werkzeuge dazu gehören, wenn man bey Höhenmessungen, besonders aus so grossen Entfernungen, als bey Hrn. Schukburgs Verfahren nothwendig geschehen muste, nicht um so viel fehlen solte, als Hr. S. Hrn. de Luks Regel Schuld giebt. Auch weis man daß Hr. Shukburgh die Temperaturen der Luft im Schatten, Hr. de Luk hingegen in der Sonne beobachtete, woher denn auch Hrn. Shukb. Abweichungen der de Lukischen Regel herrühren können. Uebrigens finde ich auch verschiedene Bemerkungen Hrn. Rosenthals am a. O. sehr gegründet, und

bin

bin daher wenigstens meiner Ueberzeugung nach der Meinung, Hrn. de Lucs Regel sey noch immer die Beste, die wir zur Zeit kennen, und stimme wenigstens mit den Höhen, die er nivellirt hat, so gut, als man es nach der Theorie der Fehler erwarten kan, überein.

186. Diese Höhen sind aber nun freylich noch bey weiten nicht die grösten auf der Erdfläche; und so könnte es demnach wohl geschehen, daß wenn man die Höhe eines Pichincha nach dieser Regel bestimmen wolte, ansehnlichere Abweichungen statt fänden, und daß es alsdann vielleicht erforderlich seyn dürfte z. E. die Verbesserungstheile entweder in der Formel (169) oder (184) noch mit in Erwägung zu ziehen. Denn alsdann können die Temperaturen t und τ, wohl so sehr von einander unterschieden seyn, daß die Verbesserungstheile etwas ansehnliches gäben, da sie hingegen immer unbeträchtlich sind, so bald man auf keinen grösseren Höhen, als auf die Hr. de Luc und Shukburg gekommen sind, Beobachtungen anstellt. Aber so genaue Beobachtungen der Barometer, und Thermometerstände und so scharfe geometrische Messungen von so hohen Gebürgen als zur Prüfung der erwähnten Verbesserungstheile erforderlich wären sind mir nicht bekant,

und

und daher bleibt es also bis zur Zeit unentschieden, ob die Verbesserungstheile (169) oder (184) besser mit der Erfahrung übereinstimmen.

187. Für mehrere Hypothesen, die sich etwa für *v* annehmen liessen, Formeln zu berechnen, würde übrigens nicht der Mühe werth seyn, indem die bisherigen gewis diejenigen sind, welche mit der würklichen Abnahme der Wärme von unten nach oben, die doch immer nach (144) sehr wenig beträgt, am ersten übereinstimmen, und so könten wir es demnach bey den bisherigen Untersuchungen bewenden lassen. Wir hoffen durch das beygebrachte, so wohl verschiedenes in Absicht der Ausmessung der Wärme, vermittelst der Thermometer, als auch zur theoretischen Bestätigung der de Lukischen Regel beygetragen und in ein besseres Licht gesetzt zu haben, und also in so fern einigen Dank zu verdienen. Das übrige was bey der Anwendung der de Lukischen Regel noch zu erörtern wäre, die Vorsichten dabey, die Correctionen der Barometerhöhen, wegen der

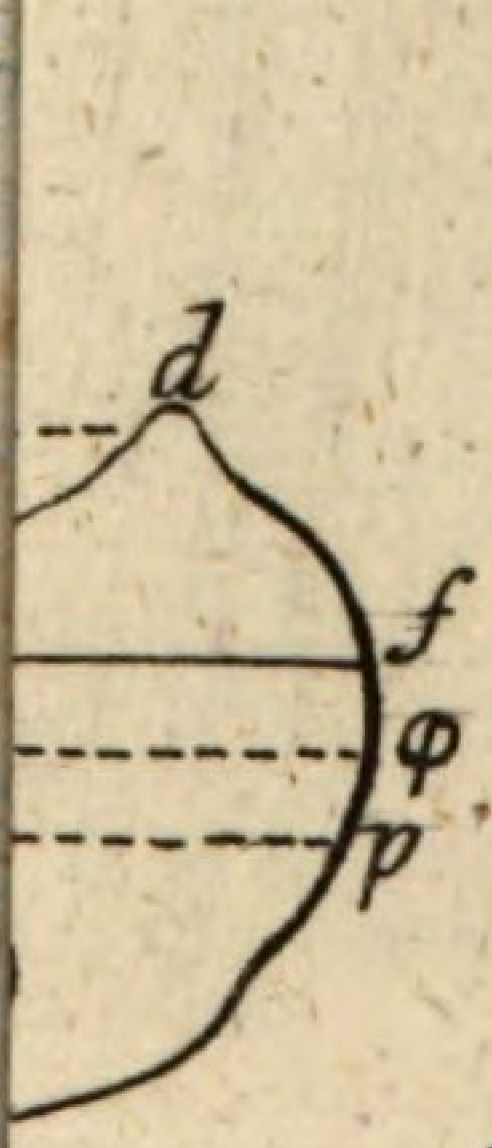
der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme u. d. gl. findet man theils in dem de Lukischen Werke selbst, theils sind sie sonst zu bekant, als daß ich hievon noch was bey zu bringen, für nöthig hielte.

Druckfehler.

Seite 17. Z. 15. statt $\frac{V-1}{m-1}$ ließ $\frac{m-1}{V-1}$

Seite 48. Z. 7. statt $E\triangle$ ließ $\triangle E$

g.1



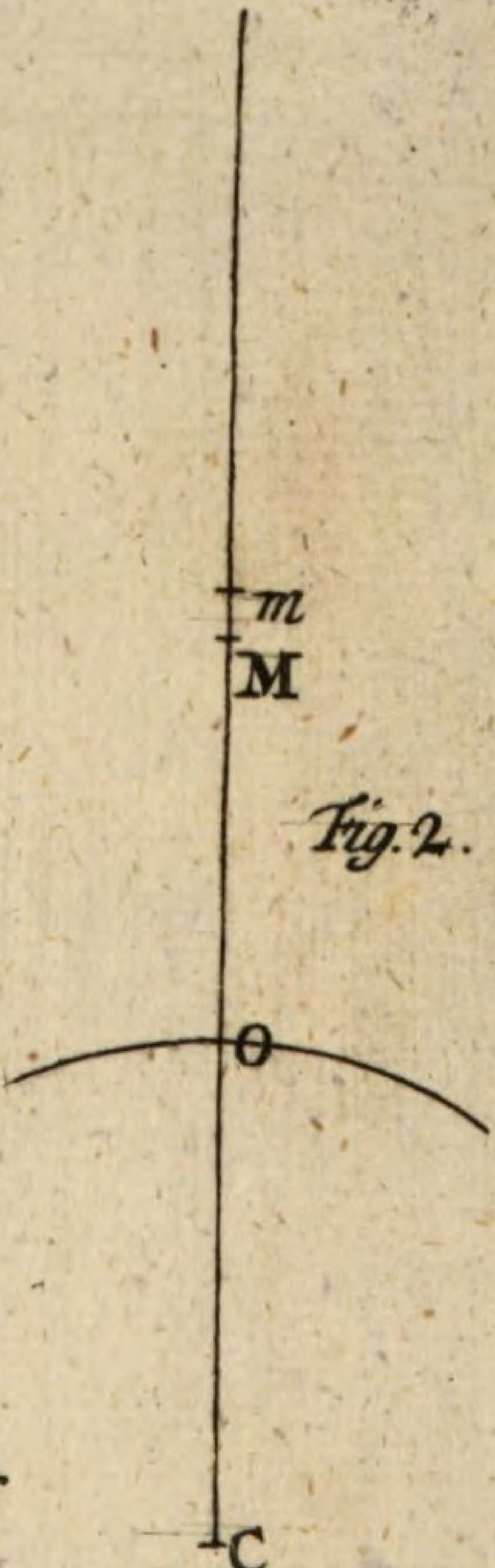


Fig.2.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Mayer, Johann Tobias,

Physicalisch-mathematische Abhandlung über das Ausmessen der Wärme in Rücksicht und Anwendung auf das Höhenmessen vermittelst des Barometers

Frankfurt ; Leipzig 1786

M.med. 637#Beibd.4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10287669-8
VD18 11444894